

Matematyka z plusem

Program nauczania matematyki
dla drugiego etapu edukacyjnego
(klasy IV – VIII szkoły podstawowej)

Program zbieżny z rozporządzeniem Ministra Edukacji
Narodowej z 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej

Modyfikacja: M. Kuźma Śliwińska, L. Czepiel, I. Sromek, I. Pasionek

Nr dostosowań podręczników:

- Kl. IV– nr w wykazie MEN: 780/1/2017
- Kl. V– nr w wykazie MEN: 780/2/2018
- Kl. VI– nr w wykazie MEN: 780/3/2019
- Kl. VII– nr w wykazie MEN: 780/4/2017
- Kl. VIII– nr w wykazie MEN: 780/5/2018

SPIS TREŚCI

Uwagi wstępne.....	3
--------------------	---

Klasy IV-VI

Cele edukacyjne	4
-----------------------	---

Ramowy rozkład materiału	7
--------------------------------	---

Materiał nauczania

Klasa IV.....	8
---------------	---

Klasa V.....	11
--------------	----

Klasa VI.....	15
---------------	----

Realizacja treści podstawy programowej.....	17
---	----

Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycje metod oceniania	22
---	----

Procedury osiągnięcia celów.....	27
----------------------------------	----

Klasy VII-VIII

Cele edukacyjne	30
-----------------------	----

Ramowy rozkład materiału	33
--------------------------------	----

Materiał nauczania

Klasa VII.....	34
----------------	----

Klasa VIII.....	36
-----------------	----

Realizacja treści podstawy programowej.....	38
---	----

Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycje metod oceniania	41
---	----

Procedury osiągnięcia celów.....	44
----------------------------------	----

UWAGI WSTĘPNE

Program ułożono zgodnie ze sprawdzoną i stosowaną od wielu lat zasadą spiralności. Przez powtarzanie podobnych (a czasami wręcz tych samych) zagadnień na coraz wyższym poziomie nauczyciel ma możliwość utrwalania i pogłębiania wiedzy uczniów. Przy konstruowaniu programu szczególnie zadbano o podzielenie treści nauczania między poszczególne klasy tak, aby nauczyciel miał wystarczająco dużo czasu na realizację danego zagadnienia. Wymagania podstawowe i wyższe dla poszczególnych klas zostały dostosowane do możliwości percepcyjnych i poziomu intelektualnego uczniów.

Matematyka z plusem jest programem zgodnym z obowiązującą podstawą programową dla II etapu edukacyjnego. Może być realizowany jako kontynuacja dowolnego programu zgodnego z podstawą programową dla I etapu edukacyjnego, uwzględnia bowiem wszystkie zmiany wprowadzone przez najnowszą podstawę programową w nauczaniu matematyki w klasach I – III szkoły podstawowej.

Do programu *Matematyka z plusem* wydawane są przez Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe podręczniki, zeszyty ćwiczeń i zbiory zadań. Nauczyciele mogą także skorzystać z innych pomocy metodycznych przygotowanych przez Wydawcę (w tym programów multimedialnych *Kompozytor klasówek i kart pracy*, *Matlandia* i *Powtórkomat*).

Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, publikując program na stronie www.gwo.pl, wyraża tym samym zgodę na bezpłatne wykorzystanie przez nauczycieli niniejszego programu do pracy z uczniami.

Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe wyraża także zgodę na tworzenie przez nauczycieli autorskich programów nauczania w oparciu o program nauczania *Matematyka z plusem* pod warunkiem, że w przygotowanym materiale zostanie zapisana informacja, iż powstał on na podstawie programu *Matematyka z plusem*.

Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe
skrytka pocztowa 80, 80–305 Gdańsk 5
tel 801 64 39 17, 58 340 63 63
fax. 58 340 63 61, 58 340 63 66
<http://www.gwo.pl> e-mail: gwo@gwo.pl

CELE EDUKACYJNE W KLASACH IV-VI

CELE EDUKACYJNE — WYCHOWANIE

Matematyka jest jednym z głównych przedmiotów nauczania w szkole między innymi dlatego, że służy stymulowaniu rozwoju intelektualnego uczniów. Oprócz dążenia do nabycia przez uczniów umiejętności dotyczących treści matematycznych, które opisane są w następnym rozdziale, nauczyciel powinien wyznaczyć sobie następujące zadania związane z kształceniem i wychowaniem:

Rozwijanie myślenia

- Rozwijanie pamięci oraz umiejętności myślenia abstrakcyjnego i logicznego rozumowania.
- Rozwijanie umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem. Przygotowanie do korzystania z tekstów dotyczących różnych dziedzin wiedzy oraz tekstów użytkowych.
- Rozwijanie umiejętności interpretowania informacji.
- Rozwijanie zdolności i zainteresowań matematycznych.
- Uczenie dostrzegania prawidłowości matematycznych w otaczającym świecie.
- Kształtowanie umiejętności stosowania schematów, symboli literowych i rysunków przy rozwiązywaniu różnych zadań i problemów w sytuacjach codziennych.

Rozwijanie osobowości

- Kształtowanie pozytywnego nastawienia do podejmowania wysiłku intelektualnego oraz postawy dociekliwości.
- Wyrabianie nawyku obserwacji i eksperymentowania.
- Rozwijanie samodzielności w poszukiwaniu i zdobywaniu informacji.
- Nauczanie dobrej organizacji pracy, wyrabianie systematyczności, pracowitości i wytrwałości.
- Rozwijanie umiejętności współdziałania w grupie.
- Nauczanie przedstawiania rozwiązań problemów i zadań w sposób czytelny.
- Wyrabianie nawyków sprawdzania otrzymanych odpowiedzi i korygowania błędów.

SZCZEGÓŁOWE CELE EDUKACYJNE — KSZTAŁCENIE

KLASA IV

Rozwijanie sprawności rachunkowej

- ◆ Wykonywanie jednodziałaniowych obliczeń pamięciowych na liczbach naturalnych.
- ◆ Stosowanie reguł kolejności wykonywania działań.
- ◆ Porównywanie liczb naturalnych.
- ◆ Dzielenie z resztą liczb dwucyfrowych przez jednocyfrowe.
- ◆ Stosowanie algorytmów dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia liczb naturalnych sposobem pisemnym.
- ◆ Dodawanie i odejmowanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach.
- ◆ Stosowanie algorytmów dodawania i odejmowania ułamków dziesiętnych sposobem pisemnym.

Kształtowanie sprawności manualnej i wyobraźni geometrycznej

- ◆ Rozpoznawanie i rysowanie prostych prostopadłych i prostych równoległych.

- ◆ Mierzenie odcinków i kątów.
- ◆ Rysowanie odcinków i prostokątów w skali.
- ◆ Rysowanie siatek prostopadłościanów i klejenie modeli.
- ◆ Wykorzystanie znajomości geometrii w sytuacjach praktycznych.

Kształtowanie pojęć matematycznych i rozwijanie umiejętności posługiwania się nimi

- ◆ Posługiwanie się systemem dziesiętkowym.
- ◆ Posługiwanie się systemem rzymskim.
- ◆ Kształtowanie pojęcia ułamka zwykłego.
- ◆ Kształtowanie pojęcia ułamka dziesiętnego.
- ◆ Rozumienie i używanie pojęć związanych z arytmetyką: suma, różnica, iloczyn, iloraz, kwadrat i sześciąt liczby, cyfra, ós liczbowy, ułamek zwykły, ułamek właściwy, ułamek niewłaściwy, liczba mieszana, ułamek dziesiętny.
- ◆ Rozumienie i używanie pojęć związanych z geometrią: punkt, prosta, półprosta, odcinek, kąt, kąt prosty, kąt ostry, kąt rozwarty, prostokąt, kwadrat, koło, okrąg, promień, średnica, cięciwa, centymetr kwadratowy, metr kwadratowy, hektar, ar, prostopadłościan, sześciąt, wierzchołek, krawędź i ściana prostopadłościanu, siatka prostopadłościanu.

Rozwijanie umiejętności stosowania matematyki

- ◆ Rozwiązywanie nieskomplikowanych zadań tekstowych (w tym zadań dotyczących porównywania różnicowego i ilorazowego).
- ◆ Korzystanie z informacji podanych za pomocą tabel.
- ◆ Posługiwanie się podstawowymi jednostkami długości, masy i pola.
- ◆ Zamiana jednostek (np. kilometrów na metry, metrów na centymetry, kilogramów na gramy) oraz zapisywanie wyrażeń dwumianowanych w postaci ułamków dziesiętnych.
- ◆ Posługiwanie się skalą przy odczytywaniu odległości z mapy i z planu.
- ◆ Obliczanie pól i obwodów prostokątów oraz pól powierzchni prostopadłościanów.

KLASA V

Rozwijanie sprawności rachunkowej

- ◆ Rozwijanie sprawności nabytych w klasie czwartej.
- ◆ Wykonywanie dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia liczb naturalnych w pamięci i sposobem pisemnym oraz stosowanie reguł kolejności wykonywania działań.
- ◆ Stosowanie cech podzielności liczb.
- ◆ Skracanie i rozszerzanie ułamków, zamiana liczb mieszanych na ułamki niewłaściwe i ułamków niewłaściwych na liczby mieszane, porównywanie ułamków zwykłych, dodawanie i odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków zwykłych i liczb mieszanych, obliczanie ułamka danej liczby.
- ◆ Porównywanie ułamków dziesiętnych, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków dziesiętnych sposobem pisemnym.
- ◆ Szacowanie wyników działań.
- ◆ Dodawanie i odejmowanie liczb całkowitych.

Kształtowanie sprawności manualnej i wyobraźni geometrycznej

- ◆ Rozwijanie sprawności nabytych w klasie czwartej.
- ◆ Rozpoznawanie i rysowanie różnych rodzajów trójkątów i czworokątów.
- ◆ Rozpoznawanie i rysowanie graniastosłupów prostych.
- ◆ Wskazywanie w graniastosłupach par ścian oraz par krawędzi prostopadłych i równoległych.

Kształtowanie pojęć matematycznych i rozwijanie umiejętności posługiwania się nimi

- ◆ Rozwijanie intuicji związanych z pojęciami matematycznymi poznanymi w klasie czwartej.
- ◆ Kształtowanie intuicji związanych z liczbami całkowitymi.
- ◆ Rozumienie i używanie nowych pojęć związanych z arytmetyką: wielokrotność liczby, dzielnik liczby, liczba pierwsza, liczba złożona.
- ◆ Rozumienie i używanie nowych pojęć związanych z geometrią: kąt półpełny, kąt pełny, kąty przyległe, kąty wierzchołkowe, trójkąt ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny, równoboczny i równoramienny, równoległobok, romb, trapez, trapez prostokątny, trapez równoramienny, wysokość trójkąta, równoległoboku i trapezu.

Rozwijanie umiejętności stosowania matematyki

- ◆ Rozwiązywanie zadań tekstowych.
- ◆ Korzystanie z informacji podanych za pomocą tabel.
- ◆ Posługiwanie się podstawowymi jednostkami długości, masy, pola i objętości, zamiana jednostek.
- ◆ Zapisywanie wyrażeń dwumianowanych w postaci ułamków dziesiętnych.
- ◆ Posługiwanie się liczbami (w szczególności ułamkami dziesiętnymi) w prostych sytuacjach związanych z życiem codziennym.
- ◆ Obliczanie pól i obwodów trójkątów i czworokątów oraz objętości graniastosłupów prostych.

KLASA VI

Rozwijanie sprawności rachunkowej

- ◆ Rozwijanie sprawności nabytych w klasie piątej.
- ◆ Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych (wielodziałaniowych), w których występują liczby całkowite, z zastosowaniem reguł kolejności wykonywania działań.
- ◆ Wykonywanie dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia liczb wymiernych.
- ◆ Zaokrąglanie liczb i szacowanie wyników działań.

Kształtowanie sprawności manualnej i wyobraźni geometrycznej

- ◆ Rozwijanie sprawności nabytych w klasie piątej.

Kształtowanie pojęć matematycznych i rozwijanie umiejętności posługiwania się nimi

- ◆ Rozwijanie intuicji związanych z pojęciami poznanymi w klasie piątej.

Rozwijanie umiejętności posługiwania się symbolami literowymi

- ◆ Rozumienie i używanie pojęć związanych z algebrą: wyrażenie algebraiczne, wartość wyrażenia algebraicznego, liczba spełniająca równanie.
- ◆ Budowanie nieskomplikowanych wyrażeń algebraicznych i rozwiązywanie prostych równań.

Rozwijanie umiejętności stosowania matematyki

- ◆ Rozwiązywanie zadań tekstowych (w tym także zadań wymagających umiejętności zapisania i rozwiązania prostego równania).
- ◆ Odczytywanie danych podanych za pomocą tabel, diagramów i wykresów, porządkowanie i przedstawianie danych.
- ◆ Posługiwanie się kalkulatorem przy wykonywaniu obliczeń (w tym także przy obliczaniu wartości wyrażeń) oraz przy sprawdzaniu wyników szacowania.
- ◆ Posługiwanie się podstawowymi jednostkami długości, masy, pola (w tym ar i hektar) i objętości, zamiana jednostek.
- ◆ Rozwiązywanie zadań dotyczących prędkości, drogi i czasu.

RAMOWY ROZKŁAD MATERIAŁU W KLASACH IV-VI

Poniższa tabela przedstawia podział głównych treści programowych między poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebnych na ich realizację.

Dokładniejsze rozkłady materiału z uwzględnieniem przydziału godzin stanowią element obudowy programu.

Rok szkolny liczy około 190 dni lekcyjnych. Licząc po 4 godziny tygodniowo, otrzymujemy nominalnie 150 lekcji matematyki rocznie. Wiadomo, że pewną liczbę godzin trzeba odliczyć ze względu na absencję, wycieczki, imprezy szkolne itp. Zakładamy, że nauczyciel może przeznaczyć na realizację materiału po 125 jednostek lekcyjnych w każdej klasie (tyle wynosi suma godzin w każdej kolumnie tabeli).

KLASA IV		KLASA V		KLASA VI	
ARYTMETYKA		ARYTMETYKA		ARYTMETYKA	
Liczby naturalne	55	Liczby naturalne	25	Liczby wymierne	20
Ułamki zwykłe	20	Ułamki zwykłe	20	Liczby na co dzień	25
Ułamki dziesiętne	15	Ułamki dziesiętne	20	Procenty	15
		Liczby całkowite	10	Układ współrzędnych*	5
GEOMETRIA		GEOMETRIA		GEOMETRIA	
Figury na płaszczyźnie	30	Figury na płaszczyźnie	35	Figury na płaszczyźnie	20
Prostopadłościany i sześciany	5	Graniastosłupy	15	Bryły	15
				Konstrukcje geometryczne*	10
				ALGEBRA	
				Wyrażenia algebraiczne i równania	15

*Temat nieobowiązkowy (wykraczający poza podstawę programową).

MATERIAŁ NAUCZANIA W KLASACH IV-VI

Kursywą zapisano treści, które w danej klasie są nieobowiązkowe. Na ogół takie same treści stają się obowiązkowe w klasie wyższej. Nauczyciel może zrealizować je wcześniej, jeśli pozwoli mu na to czas i poziom klasy. Gwiazdką oznaczono treści wykraczające poza podstawę programową.

KLASA IV

Treści	Komentarze
ARYTMETYKA	
Liczby naturalne	
Rachunek pamięciowy w zakresie 100.	Dodawanie i odejmowanie w pamięci liczb dwucyfrowych. Mnożenie i dzielenie przez liczby jednocyfrowe (działania typu $2 \cdot 27$, $68 : 2$). Dzielenie z resztą.
Porównywanie różnicowe i ilorazowe.	Znajdowanie liczby, która jest od danej liczby o 15 większa, o 7 mniejsza, 3 razy większa, 2 razy mniejsza, itp. Rozwiązywanie zadań tekstowych.
Kwadraty i sześciany liczb.	Przykłady obliczania drugiej i trzeciej potęgi liczb naturalnych.
Kolejność wykonywania działań.	Obliczanie wartości prostych wyrażeń arytmetycznych.
Zadania tekstowe.	Rozwiązywanie i układanie prostych zadań tekstowych wymagających obliczeń pamięciowych.
Oś liczbowa.	Zaznaczanie liczb na osi liczbowej (także liczb wielocyfrowych typu 100, 200, 350 czy 500, 1000). Odczytywanie współrzędnych punktów na osi.
System dziesiątkowy.	Zapisywanie i odczytywanie liczb. Zapisywanie liczb słowami.
Porównywanie liczb naturalnych.	Wprowadzenie znaków nierówności $<$ i $>$.
Działania na dużych	Proste działania na dużych liczbach – dodawanie

liczbach.	i odejmowanie typu: $2500 + 400$, $5000 - 4700$ oraz mnożenie i dzielenie przez 10, 100, 1000. Posługiwanie się jednostkami długości i jednostkami masy.
System rzymski.	Zapisywanie liczb naturalnych w systemie rzymskim. Odczytywanie liczb zapisanych w systemie rzymskim.
Kalendarz i czas.	Posługiwanie się zegarami — tradycyjnym i elektronicznym. Obliczenia związane z liczbą dni w tygodniu, w miesiącu i w roku.
Dodawanie i odejmowanie liczb sposobem pisemnym.	Dodawanie i odejmowanie liczb wielocyfrowych.
Mnożenie i dzielenie liczb sposobem pisemnym.	Mnożenie i dzielenie liczb wielocyfrowych przez liczby jednocyfrowe [<i>i dwucyfrowe oraz mnożenie i dzielenie typu $3570 \cdot 2500$, $225000 : 1500$</i>].
Zastosowanie algorytmów działań pisemnych.	Obliczanie wartości prostych wyrażeń arytmetycznych (typu $375 \cdot 8 + 3216 : 6$). Rozwiązywanie zadań tekstowych.
Ułamki zwykłe	
Ułamek jako część całości.	Opisywanie części figury lub części zbioru skończonego za pomocą ułamka.
Ułamki właściwe i ułamki niewłaściwe. Liczby mieszane.	Interpretowanie ułamków niewłaściwych i liczb mieszanych za pomocą rysunków. Zaznaczanie ułamków i liczb mieszanych na osi liczbowej.
<i>[Ułamek jako iloraz liczb naturalnych].</i>	<i>[Zamiana liczb mieszanych na ułamki niewłaściwe. Zapisywanie ułamków w postaci ilorazu i odwrotnie. Zamiana ułamków niewłaściwych na liczby mieszane].</i>
Skracanie i rozszerzanie ułamków. Ułamki nieskracalne.	Proste przykłady skracania i rozszerzania ułamków. Zapisywanie ułamków w postaci nieskracalnej.
Porównywanie ułamków.	Porównywanie ułamków o jednakowych mianownikach (np. $\frac{3}{7}$ i $\frac{5}{7}$) i jednakowych licznikach (np. $\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{4}$).
<i>[Dodawanie i odejmowanie</i>	<i>[Dodawanie i odejmowanie dwóch ułamków</i>

<p><i>ułamków o jednakowych mianownikach</i>].</p> <p>Ułamki dziesiętne</p> <p>Ułamki o mianownikach 10, 100, 1000.</p> <p>Wyrażenia dwumianowane.</p> <p>[<i>Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych</i>].</p>	<p><i>o jednakowych mianownikach (przykłady typu $\frac{3}{8} + \frac{1}{8}, \frac{7}{9} - \frac{2}{9}$, a także $2\frac{2}{3} - \frac{1}{3}, 2\frac{2}{7} + 2\frac{1}{7}$)</i>].</p> <p>Zapisywanie ułamków o mianownikach 10, 100, 1000 w postaci dziesiętnej. Zamiana ułamków dziesiętnych na ułamki zwykle nieskracalne. Przedstawianie ułamków dziesiętnych na osi liczbowej. Porównywanie ułamków dziesiętnych.</p> <p>Zamiana jednostek (np. 1 cm = 0,01 m, 35 gr = 0,35 zł). Zapisywanie wyrażeń dwumianowanych w postaci ułamków dziesiętnych (np. 1 kg 125 g = 1,125 kg, 1 m 6 cm = 1,06 m).</p> <p>Działania pamięciowe typu 0,2 + 0,3, 1,7 – 0,6. Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych sposobem pisemnym.</p>
---	---

GEOMETRIA

<p>Figury na płaszczyźnie</p> <p>Podstawowe figury płaskie.</p> <p>Proste i odcinki prostopadłe i równoległe.</p> <p>Kąty. Mierzenie kątów.</p> <p>Prostokąty i kwadraty.</p> <p>Koła i okręgi.</p>	<p>Rozpoznawanie, rysowanie i oznaczanie podstawowych figur — punkt, prosta, półprosta, odcinek. Mierzenie długości odcinków.</p> <p>Rozpoznawanie prostych i odcinków prostopadłych i równoległych. Rysowanie prostych prostopadłych za pomocą ekierki. Rysowanie prostych równoległych za pomocą ekierki i linijki.</p> <p>Rozpoznawanie i rysowanie kątów prostych, ostrych i rozwartych. Odczytywanie miar kątów za pomocą kątomierza. Rysowanie kątów o zadanych miarach.</p> <p>Rozpoznawanie i rysowanie prostokątów i kwadratów za pomocą ekierki. Obliczanie obwodów.</p> <p>Odróżnianie okręgu od koła. Rozróżnianie pojęć: środek, cięciwa, promień, średnica. Rysowanie okręgów o danych promieniach.</p>
--	---

Skala [<i>i plan</i>].	Rysowanie odcinków i prostokątów w skali, np. 1 : 1, 1 : 2, 3 : 1. [<i>Obliczanie rzeczywistych odległości na podstawie mapy i planu</i>].
Pole figury. Jednostki pola. Pola prostokątów i kwadratów.	Obliczanie pól prostokątów i kwadratów. Rozwiązywanie zadań tekstowych. [<i>Zamiana jednostek pola</i>].
Prostopadłościany i sześciany	
Prostopadłościan i sześcian. Siatka prostopadłościanu.	Wskazywanie ścian, wierzchołków, krawędzi. Wskazywanie par ścian i krawędzi prostopadłych i równoległych. Rysowanie siatek prostopadłościanów i sześcianów. Klejenie modeli.
[<i>Pole powierzchni prostopadłościanu</i>].	[<i>Obliczanie pól powierzchni prostopadłościanów o danych wymiarach</i>].

KLASA V

Treści	Komentarze
ARYTMETYKA	
Liczby naturalne	
Działania na liczbach naturalnych.	Dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie liczb w pamięci i sposobem pisemnym (także dzielenie z resztą). Obliczanie kwadratów i sześcianów liczb naturalnych. Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych z wykorzystaniem reguł kolejności działań. Rozwiązywanie zadań tekstowych.
Liczby pierwsze i złożone.	Przykłady liczb pierwszych i złożonych. Stosowanie cech podzielności liczb naturalnych do sprawdzania, czy dana liczba jest pierwsza czy złożona.
Wielokrotności i dzielniki liczb. Podzielność liczb.	Zapisywanie wielokrotności i dzielników danej liczby naturalnej. Rozpoznawanie, czy dana liczba jest podzielna przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 25 i 100. Wspólne wielokrotności i wspólne dzielniki.
Ułamki zwykłe	

<p>Ułamek jako część całości. Ułamek jako iloraz.</p>	<p>Opisywanie części figury lub części zbioru skończonego za pomocą ułamka. Zapisywanie ułamków w postaci ilorazu i odwrotnie. Zamiana ułamków niewłaściwych na liczby mieszane i odwrotnie. Zaznaczanie ułamków zwykłych i liczb mieszanych na osi liczbowej.</p>
<p>Skracanie i rozszerzanie ułamków. Porównywanie ułamków.</p>	<p>Sprowadzanie ułamka do postaci nieskracalnej. Rozszerzanie ułamka do ułamka o zadanym mianowniku. Sprowadzanie ułamków do wspólnego mianownika. Porównywanie ułamków o różnych mianownikach.</p>
<p>Dodawanie i odejmowanie ułamków zwykłych.</p>	<p>Dodawanie i odejmowanie ułamków (o jednakowych i różnych mianownikach) i liczb mieszanych.</p>
<p>Mnożenie ułamków zwykłych.</p>	<p>Mnożenie ułamków przez liczbę naturalną. Obliczanie ułamka danej liczby. Mnożenie ułamków i liczb mieszanych. Obliczanie kwadratów i sześciątów ułamków zwykłych i liczb mieszanych.</p>
<p>Dzielenie ułamków zwykłych.</p>	<p>Dzielenie ułamków przez liczbę naturalną. Zapisywanie odwrotności ułamków i liczb mieszanych. Dzielenie ułamków i liczb mieszanych.</p>
<p>Ułamki dziesiętne</p>	
<p>Pojęcie ułamka dziesiętnego.</p>	<p>Zapisywanie ułamków zwykłych o mianownikach 10, 100, 1000 itp. w postaci dziesiętnej i odwrotnie.</p>
<p>Porównywanie ułamków dziesiętnych.</p>	<p>Zaznaczanie ułamków dziesiętnych na osi liczbowej. Porządkowanie (rosnąco lub malejąco) kilku ułamków dziesiętnych.</p>
<p>Wyrażenia dwumianowane.</p>	<p>Zapisywanie wyrażen dwumianowanych w postaci ułamków dziesiętnych (np. $35\text{ g} = 0,035\text{ kg}$, $1\text{ km } 200\text{ m} = 1,2\text{ km}$).</p>
<p>Zamiana ułamków dziesiętnych na zwykłe i zwykłych na dziesiętne.</p>	<p>Przedstawienie ułamka dziesiętnego w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego. Zapisywanie w postaci dziesiętnej ułamków zwykłych o mianownikach 2, 4, 8, 20, 25, 40 itp.</p>
<p>Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych.</p>	<p>Dodawanie i odejmowanie w pamięci prostych ułamków dziesiętnych. Dodawanie i odejmowanie sposobem pisemnym.</p>

<p>Mnożenie ułamków dziesiętnych.</p> <p>Dzielenie ułamków dziesiętnych.</p> <p>Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych.</p> <p>[<i>Procenty a ułamki.</i>]</p> <p>Liczby całkowite</p> <p>Liczby ujemne.</p> <p>[<i>Działania na liczbach całkowitych</i>].</p>	<p>Stosowanie reguł mnożenia i dzielenia ułamków przez 10, 100, 1000, itp. Pamięciowe i pisemne mnożenie ułamków dziesiętnych przez liczbę naturalną. Pisemne mnożenie ułamków dziesiętnych. Obliczanie kwadratów i sześcianów ułamków dziesiętnych. Szacowanie wyników mnożenia.</p> <p>Pamięciowe i pisemne dzielenie ułamków dziesiętnych przez liczbę naturalną. Pisemne dzielenie ułamków dziesiętnych.</p> <p>Obliczanie wartości wyrażeń (jednodziałaniowych oraz kilkudziałaniowych), w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne.</p> <p>[<i>Co to jest procent? Interpretacja 100%, 50%, 25%, 10% i 1% danej wielkości.</i>].</p> <p>Przedstawienie różnych interpretacji liczb całkowitych (np. ujemne temperatury, długi). Zaznaczanie liczb całkowitych na osi liczbowej, porównywanie liczb całkowitych.</p> <p>[<i>Pamięciowe dodawanie i odejmowanie liczb całkowitych. Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych</i>].</p>
<p>GEOMETRIA</p>	
<p>Figury na płaszczyźnie</p> <p>Proste prostopadłe i proste równoległe.</p> <p>Kąty.</p> <p>Wielokąty.</p>	<p>Kreślenie prostych prostopadłych i równoległych za pomocą linijki i ekierki.</p> <p>Mierzenie kątów. Rozpoznawanie kątów ostrych, prostych, rozwartych, półpełnych, pełnych oraz par kątów przyległych i wierzchołkowych. Obliczanie miary kąta, gdy dana jest np. miara kąta przyległego. [<i>Rozpoznawanie kątów odpowiadających i naprzemianległych*</i>].</p> <p>Wskazywanie boków, wierzchołków, kątów i przekątnych wielokąta. Obliczanie obwodu wielokąta.</p>

Rodzaje trójkątów. Suma miar kątów trójkąta.	Rozpoznawanie trójkątów ostrokątnych, prostokątnych i rozwartokątnych oraz trójkątów równobocznych i równoramiennych. Własności trójkąta równobocznego i równoramiennego. Rozwiązywanie zadań dotyczących kątów w trójkątach. [<i>Konstruowanie trójkąta o danych bokach</i>].
Rodzaje czworokątów.	Rozpoznawanie i rysowanie prostokątów, kwadratów, równoległoboków, rombów, trapezów. Własności przekątnych równoległoboku.
Miary kątów w czworokątach.	Wskazywanie kątów o jednakowych miarach w równoległobokach i trapezach równoramiennych. Obliczanie miar kątów równoległoboku i trapezu równoramiennego, gdy dana jest miara jednego z kątów.
Pola trójkątów i czworokątów.	Rysowanie wysokości i obliczanie pól trójkątów, równoległoboków, rombów i trapezów. Wykorzystywanie wzorów na pola trójkątów i czworokątów do obliczania długości boków lub wysokości. Zamiana jednostek pola.
Gnaniastoslupy	
Przykłady gnaniastoslupów prostych. Siatki gnaniastoslupów prostych.	Rozpoznawanie gnaniastoslupów. Wskazywanie ścian prostopadłych i równoległych oraz krawędzi prostopadłych i równoległych w gnaniastoslupach. Rysowanie siatek. Klejenie modeli.
Pole powierzchni gnaniastoslupa prostego.	Obliczanie pól powierzchni gnaniastoslupów prostych.
Objętość bryły. Jednostki objętości. Objętość gnaniastoslupa prostego.	Obliczanie objętości prostopadłościanów, sześciątów i innych gnaniastoslupów prostych. Zamiana jednostek objętości.

KLASA VI

Treści	Komentarze
---------------	-------------------

ARYTMETYKA	
Liczby wymierne	
Działania na liczbach wymiernych (nieujemnych).	Dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków zwykłych i dziesiętnych (w tym przykłady typu: $4,2 - 2\frac{1}{3}$, $5,2 \cdot \frac{1}{6}$, $2,5 : \frac{1}{4}$). Obliczanie wartości wyrażeń z uwzględnieniem kolejności wykonywania działań. Rozwiązywanie zadań tekstowych.
Liczby całkowite. Działania na liczbach całkowitych.	Porównywanie liczb całkowitych, zaznaczanie ich na osi liczbowej. Dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie liczb całkowitych. Obliczanie wartości wyrażeń, w których występują liczby całkowite (przykłady typu $10 - 8 \cdot (-9) - (-3) \cdot 7$). Obliczanie wartości bezwzględnej.
Działania na liczbach wymiernych dodatnich i ujemnych.	Dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie liczb wymiernych. Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych z uwzględnieniem kolejności działań.
Liczby na co dzień	
Liczby na co dzień.	Obliczenia związane z kalendarzem i czasem. Stosowanie jednostek długości i masy. Posługiwanie się skalą na mapach i planach. Zaokrąglanie i szacowanie liczb. Posługiwanie się kalkulatorem.
Odczytywanie informacji.	Odczytywanie danych z tabel i diagramów. Odczytywanie danych przedstawionych na prostych wykresach.
Prędkość, droga, czas.	Rozumienie pojęcia prędkości i intuicyjne obliczanie jednej z wielkości (drogi, prędkości lub czasu), gdy dane są dwie pozostałe wielkości.
Procenty	Interpretacja 100% wielkości jako całości, 50% – jako połowy, 25% – jako jednej czwartej, 10% – jako jednej dziesiątej, a 1% – jako setnej części całości. Obliczanie procentu danej wielkości.
Układ współrzędnych*	[<i>Odczytywanie współrzędnych punktów w układzie współrzędnych. Długości odcinków i pola figur w układzie współrzędnych*</i>].
ALGEBRA	
Wyrażenia algebraiczne i równania	

<p>Budowanie prostych wyrażeń algebraicznych. Wartości wyrażeń algebraicznych.</p> <p><i>[Przekształcanie prostych wyrażeń algebraicznych*].</i></p> <p>Rozwiązywanie równań.</p>	<p>Zapisywanie wyrażeń typu $x - 5$, $2x$, $3x + 1$, $3(x + 1)$. Obliczanie wartości prostych wyrażeń algebraicznych.</p> <p><i>[Przekształcanie wyrażeń typu $5x + 3x$, $2x + 4 - x$, $2 \cdot (3x + 1)$*].</i></p> <p>Rozwiązywanie równań typu $2x - 5 = 3$, $5(x + 4) = 10$. Rozwiązywanie prostych zadań tekstowych za pomocą równań.</p>
<h2>GEOMETRIA</h2>	
<p>Figury na płaszczyźnie</p> <p>Własności figur płaskich.</p> <p>Pola i obwody wielokątów.</p> <p>Konstrukcje geometryczne.</p> <p>Bryły</p> <p>Rozpoznawanie brył.</p> <p>Graniastosłupy.</p> <p>Przykłady ostrosłupów. Siatki ostrosłupów.</p> <p><i>[Pole powierzchni ostrosłupa*].</i></p> <p><i>[Konstrukcje geometryczne*]</i></p>	<p>Rodzaje trójkątów. Własności kątów w trójkątach. Nierówność trójkąta. Rodzaje czworokątów. Własności kątów w czworokątach. Własności przekątnych w równoległobokach.</p> <p>Pola i obwody wielokątów. Obliczanie pól i obwodów trójkątów. Obliczanie pól i obwodów czworokątów.</p> <p>Przenoszenie odcinków. Konstruowanie trójkątów. <i>[Podział kąta na połowy. Konstruowanie prostych prostopadłych*].</i></p> <p>Rozpoznawanie brył. Graniastosłupy proste, walce, stożki, ostrosłupy, kule — podstawowe własności.</p> <p>Własności sześciątów i prostopadłościątów. Graniastosłupy proste. Objętość graniastosłupa.</p> <p>Rysowanie ostrosłupów. Rysowanie siatek ostrosłupów. Klejenie modeli.</p> <p><i>[Obliczanie pól powierzchni ostrosłupów na podstawie pomiarów*].</i></p> <p><i>[Konstruowanie prostych równoległych. Przenoszenie kątów. Konstrukcje różnych trójkątów. Konstrukcja dwusiecznej kąta i różnych kątów*].</i></p>

PROCEDURY OSIĄGANIA CELÓW

UWAGI OGÓLNE

Wybierając sposoby osiągnięcia celów edukacyjnych, powinniśmy uwzględnić przede wszystkim możliwości i zainteresowania uczniów, nie zapominając oczywiście o zasadzie stopniowania trudności. Omawiając treści matematyczne, starajmy się jak najczęściej posługiwać przykładami z życia codziennego. Dobieranie interesujących przykładów rozbudza naturalną ciekawość uczniów oraz rozwija ich zainteresowanie matematyką.

Nauczyciel powinien stosować możliwie różnorodne metody nauczania. Najskuteczniejsze są oczywiście takie, które wymagają aktywnej postawy uczniów. Do każdej ze stosowanych metod powinno się wykorzystywać odpowiednie do omawianego zagadnienia, dostępne środki dydaktyczne (przyrządy pomiarowe, modele brył, kalkulatory, komputery itp.).

Najlepszym środkiem do realizowania celów edukacyjnych na lekcjach matematyki jest rozwiązywanie problemów matematycznych i zadań. Stanowi ono znakomity trening umysłu, doskonali i rozwija myślenie, uczy rozumowania oraz pobudza wyobraźnię. Ważną rolę odgrywa dyskusowanie na temat sposobu rozwiązywania zadania. Starajmy się zadbać o to, by uczniowie mieli też okazję rozwiązywać łamigłówki i zadania logiczne.

Powinniśmy też poświęcać trochę czasu na pracę z podręcznikiem, która pomaga nauczać czytania tekstu za zrozumieniem i kształtuje umiejętność odróżniania treści ważnych od mniej istotnych.

Warto też na lekcjach matematyki stosować formę nauczania, jaką jest praca w grupach. Podczas takiej aktywności uczniowie uczą się współdziałania, dobrej organizacji pracy, kształcą umiejętności komunikowania się i argumentowania.

PROCEDURY OSIĄGANIA CELÓW SZCZEGÓŁOWYCH

Rozwijanie sprawności rachunkowej

Nikogo nie trzeba chyba przekonywać, jak ważnym celem edukacyjnym w szkole podstawowej jest osiągnięcie przez uczniów sprawności rachunkowej — jej brak może uniemożliwić realizację pozostałych celów edukacyjnych. Szczególną uwagę należy zwrócić na rachunek pamięciowy. Powinniśmy sprawdzić umiejętności uczniów w tym zakresie wyniesione z młodszych klas i doskonalić je przy każdej nadarzającej się okazji.

Wprowadzając nowe działania, powinniśmy starać się zainicjować sytuację, w której dane działanie jest przydatne. Uczniowie sami powinni odkrywać odpowiedni algorytm, a my kolejnymi pytaniami i podpowiedziami możemy im w tym pomagać. Potem powinniśmy podsumować odkrycia uczniów, rozwiązując z nimi konkretny przykład. Dopiero wtedy uczniowie mogą stosować daną umiejętność w kolejnych ćwiczeniach.

Sprawdzanie i doskonalenie sprawności rachunkowej może następować przy każdej okazji, także przy omawianiu tematów dotyczących algebry czy geometrii.

W młodszych klasach uczniowie nie powinni korzystać z kalkulatora, w klasach starszych mogą go używać do sprawdzania poprawności obliczeń.

Kształtowanie sprawności manualnej i wyobraźni geometrycznej

Uczniowie na ogół bardzo lubią geometrię. Wymaga ona odmiennej aktywności i dzięki temu często stwarza słabszym uczniom okazję do zrekompensowania niepowodzeń, a nawet osiągnięcia sukcesów.

Wprowadzając kolejne tematy, staramy się pokazywać figury i sytuacje geometryczne za pomocą odpowiednich modeli i przedmiotów występujących w otoczeniu ucznia. Uczniowie powinni jak najczęściej poznawać figury geometryczne i badać ich własności czynnościowo: wycinając, mierząc, sklejjąc itp. Tym sposobem mamy szansę w niektórych przypadkach odejść od statycznej geometrii i pokazywać niezmiennosc pewnych własności figur przy ich obracaniu, przesuwaniu, zmianie kształtów.

Po takim wstępie możemy przejść do rysowania figur geometrycznych. Często warto zaczynać od wykonywania rysunków na papierze w kratkę. Szczególną uwagę należy zwrócić na dokładność i estetykę wykonywanych rysunków.

Zadania konstrukcyjne, które pojawiają się w klasie VI, traktujemy jako rozwijanie sprawności manualnej i pewnych prostych umiejętności praktycznych; rozwiązywanie tych zadań powinno polegać na poszukiwaniu odpowiedzi na pytanie: „Jak to zrobić?” i wykonywaniu dokładnych rysunków. Nie wymagamy od uczniów pisemnych opisów konstrukcji; analizę konstrukcji i liczby rozwiązań opieramy na intuicjach dzieci.

W starszych klasach coraz częściej odwołujemy się do wyobraźni uczniów. Rysunek zaczyna pełnić rolę pomocniczą — wystarczy, by był szkicem (nawet odręcznym) pozwalającym zrozumieć problem geometryczny.

Kształtowanie pojęć matematycznych i rozwijanie umiejętności posługiwania się nimi

Każde nowe pojęcie należy starannie wymodelować. Musimy się upewnić, czy wiedza i umiejętności uczniów, na których chcemy oprzeć wprowadzenie tego pojęcia, są dostatecznie opanowane. Postępujemy zgodnie z zasadą: najpierw konkretne przykłady, potem badanie ich własności, a na końcu uogólnienie i wprowadzenie nowych nazw.

Powinniśmy unikać metody wykładu i wprowadzania formalnych definicji. Od uczniów wymagamy tylko rozumienia i używania pojęć. Staramy się przede wszystkim kształtować u nich intuicję matematyczną. Wskazane jest sprawdzanie rozumienia nowych pojęć w różnych kontekstach i sytuacjach.

Rozwijanie umiejętności posługiwania się symbolami literowymi

Wprowadzanie symboli literowych warto poprzedzić stosowaniem różnych symboli graficznych: kółek, kratek, gwiazdek itp.

Zastąpienie konkretnych liczb symbolami literowymi powinno wynikać z naturalnej potrzeby uogólnienia znanych dzieciom zależności (wiele takich okazji stwarza geometria). W kolejnym etapie budujemy razem z dziećmi proste wyrażenia algebraiczne, czyli przekładamy treści zdań na język algebry. Niezwykle ważne jest, by zaczynać od wyrażeń naprawdę prostych i bardzo powoli podnosić stopień trudności. Dążymy do tego, aby uczniowie potrafili rozwiązywać zadania tekstowe za pomocą równań.

Rozwijanie umiejętności stosowania matematyki

Zarówno przy kształtowaniu pojęć, jak i przy utrwalaniu wiedzy staramy się podsuwać uczniom przykłady związane z życiem codziennym. W ten sposób nauczamy ich dostrzegać prawidłowości matematyczne w otaczającym świecie i rozwijamy ich praktyczne umiejętności.

Uczniowie powinni wykorzystywać swoją wiedzę matematyczną w zadaniach wymagających umiejętności posługiwania się kalendarzem, zegarem, danymi statystycznymi, pieniędzmi, kalkulatorem, mapą, planem, przyrządami pomiarowymi itp.

CELE EDUKACYJNE W KLASACH VII-VIII

CELE EDUKACYJNE — WYCHOWANIE

Matematyka jest jednym z głównych przedmiotów nauczania w szkole między innymi, dlatego że służy stymulowaniu rozwoju intelektualnego uczniów. Oprócz dążenia do nabycia przez uczniów umiejętności dotyczących treści matematycznych, które przedstawione są w następnym rozdziale, nauczyciel powinien wyznaczyć sobie następujące zadania związane z kształceniem i wychowaniem:

Rozwijanie myślenia

- Rozwijanie pamięci oraz umiejętności myślenia abstrakcyjnego i logicznego rozumowania.
- Rozwijanie zdolności myślenia krytycznego i twórczego, umiejętności wnioskowania oraz stawiania i weryfikowania hipotez.
- Kształtowanie wyobraźni przestrzennej.
- Rozwijanie zdolności i zainteresowań matematycznych.
- Nauczanie dostrzegania prawidłowości matematycznych w otaczającym świecie.
- Rozwijanie umiejętności czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego oraz korzystania z definicji i twierdzeń. Przygotowanie do czytania ze zrozumieniem tekstów dotyczących różnych dziedzin wiedzy oraz analizowanie ich z wykorzystaniem pojęć i technik matematycznych.
- Rozwijanie umiejętności interpretowania danych.
- Przygotowanie do korzystania z nowych technologii.
- Kształtowanie umiejętności stosowania schematów, symboli literowych, rysunków i wykresów w sytuacjach związanych z życiem codziennym.

Rozwijanie osobowości

- Kształtowanie pozytywnego nastawienia do podejmowania wysiłku intelektualnego oraz postawy dociekliwości. Wyrabianie nawyku samodzielnego poszukiwania informacji.
- Nauczanie dobrej organizacji pracy, wyrabianie systematyczności, pracowitości i wytrwałości.
- Rozwijanie umiejętności współdziałania w grupie.
- Rozwijanie umiejętności prowadzenia dyskusji, precyzyjnego formułowania problemów i argumentowania.
- Nauczanie przedstawiania rozwiązań problemów i zadań w sposób czytelny i precyzyjny.
- Wyrabianie nawyków sprawdzania otrzymanych odpowiedzi i korygowania popełnianych błędów.
- Przygotowanie uczniów do pokonywania stresu w sytuacjach egzaminacyjnych.

KLASA VII

Rozwijanie umiejętności posługiwania się liczbami

- Uporządkowanie i utrwalenie wiadomości dotyczących pojęć związanych z arytmetyką, poznanych w młodszych klasach.
- Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych (wielodziałaniowych), w których występują liczby wymierne, z zastosowaniem reguł kolejności wykonywania działań.
- Przedstawianie liczb wymiernych w postaci rozwinięć dziesiętnych skończonych lub nieskończonych okresowych.
- Wykonywanie obliczeń procentowych. Posługiwanie się procentami w sytuacjach praktycznych.
- Potęgowanie, stosowanie własności potęg przy obliczaniu wartości wyrażeń arytmetycznych.
- Pierwiastkowanie, stosowanie własności pierwiastków przy obliczaniu wartości wyrażeń arytmetycznych.
- Utrwalanie pojęć poznanych w młodszych klasach, rozumienie i używanie nowych pojęć: pierwiastek z liczby, rozwinięcia dziesiętne nieskończone nieokresowe.

Rozwijanie umiejętności posługiwania się symbolami literowymi

- Rozumienie i używanie pojęć związanych z algebrą: wyrażenie algebraiczne, wartość liczbową wyrażenia algebraicznego, jednomian, suma algebraiczna, liczba spełniająca równanie, równania równoważne, zbiór rozwiązań równania.
- Przekształcanie prostych wyrażeń algebraicznych.
- Rozwiązywanie równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą
- Przekształcanie wzorów.

Kształtowanie wyobraźni geometrycznej

- Uporządkowanie i utrwalenie wiadomości o figurach płaskich (własności trójkątów i czworokątów, podstawowe konstrukcje geometryczne).
- Utrwalanie pojęć poznanych w młodszych klasach, rozumienie i używanie nowych pojęć: trójkąty przystające, układ współrzędnych, współrzędne punktu na płaszczyźnie.
- Posługiwanie się układem współrzędnych, obliczanie długości odcinków (równoległych do jednej z osi układu współrzędnych) i pól wielokątów.
- Rozpoznawanie i rysowanie graniastosłupów.
- Obliczanie pól powierzchni i objętości graniastosłupów.

Rozwijanie umiejętności stosowania matematyki

- Wykorzystywanie umiejętności rachunkowych przy rozwiązywaniu problemów z różnych dziedzin życia codziennego.
- Zaokrąglanie liczb. Wykorzystywanie własności liczb i działań do wykonywania rachunków jak najprostszym sposobem, szacowanie wyników działań.
- Zapisywanie dużych i małych liczb z zastosowaniem notacji wykładniczej.

- Rozwiązywanie zadań tekstowych, w szczególności zadań wymagających obliczeń procentowych lub rozwiązywania równań.
- Posługiwanie się kalkulatorem przy wykonywaniu obliczeń oraz przy sprawdzaniu wyników szacowania.
- Posługiwanie się podstawowymi jednostkami długości, masy, pola i objętości przy rozwiązywaniu różnych zagadnień praktycznych.
- Obliczanie pól powierzchni i objętości różnych przedmiotów w kształcie graniastosłupów.
- Porządkowanie i interpretowanie danych statystycznych.
- Przykłady prostych doświadczeń losowych.

KLASA VIII

Rozwijanie umiejętności posługiwania się symbolami literowymi

- Utrwalanie pojęć i umiejętności związanych z algebrą, poznanych w młodszych klasach.
- Przekształcanie wyrażeń algebraicznych.
- Rozwiązywanie równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą oraz równań podanych w postaci proporcji.

Kształtowanie wyobraźni geometrycznej

- Obliczanie długości okręgu i pola koła.
- Dostrzeganie związków między długościami boków w trójkątach prostokątnych.
- Stosowanie twierdzenia Pitagorasa przy obliczaniu np. długości przekątnej kwadratu, wysokości trójkąta równoramiennego.
- Utrwalanie pojęć poznanych w młodszych klasach: oś symetrii i figury osiowosymetryczne oraz rozumienie i używanie nowych pojęć: symetralna odcinka, dwusieczna kąta, środek symetrii, figury środkowosymetryczne.
- Rozpoznawanie figur osiowosymetrycznych i środkowosymetrycznych, wskazywanie osi symetrii i środka symetrii figury, rysowanie figury symetrycznej do danej figury względem prostej i figury symetrycznej względem punktu.
- Rozpoznawanie i rysowanie graniastosłupów i ostrosłupów.
- Obliczanie pól powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów.

Rozwijanie umiejętności stosowania matematyki

- Rozwiązywanie zadań tekstowych, w szczególności zadań wymagających obliczeń procentowych, rozwiązywania równań.
- Wykorzystanie wzorów na długość okręgu i pole koła do obliczania obwodów i pól powierzchni różnych przedmiotów.
- Stosowanie twierdzenia Pitagorasa w różnych sytuacjach praktycznych.
- Posługiwanie się podstawowymi jednostkami długości, masy, pola i objętości przy rozwiązywaniu różnych zagadnień praktycznych.
- Obliczanie pól powierzchni i objętości różnych przedmiotów w kształcie graniastosłupów i ostrosłupów.
- Stosowanie reguł mnożenia i dodawania do zliczania par elementów o określonych własnościach.
- Obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń.

RAMOWY ROZKŁAD MATERIAŁU W KLASACH VII-VIII

Poniższa tabela przedstawia podział głównych treści programowych między poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebnych na ich realizację.

Rok szkolny liczy około 190 dni lekcyjnych. Licząc po 4 godziny tygodniowo, otrzymujemy nominalnie 150 lekcji matematyki rocznie. Wiadomo, że pewną liczbę godzin trzeba odliczyć ze względu na absencję, wycieczki, imprezy szkolne itp. Zakładamy, że nauczyciel może przeznaczyć na realizację materiału w klasie siódmej 125, a w ósmej 115 jednostek lekcyjnych.

KLASA VII		KLASA VIII	
ARYTMETYKA		ARYTMETYKA	
Liczby wymierne	15	Powtórzenie wiadomości	15
Procenty	20	ALGEBRA	
Potęgi i pierwiastki	20	Powtórzenie wiadomości	10
ALGEBRA		Proporcje	5
Wyrażenia algebraiczne	15	GEOMETRIA	
Równania	18	Powtórzenie wiadomości	5
STATYSTYKA		Koła i okręgi	10
Elementy statystyki	5	Trójkąty prostokątne	15
Doświadczenia losowe	2	Dowodzenie w geometrii	5
GEOMETRIA		Symetrie	10
Figury na płaszczyźnie	20	RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA	
Wielościąny	10	Doświadczenia losowe	10
		Graniastosłupy i ostrosłupy	15
		ZASTOSOWANIA MATEMATYKI	15

MATERIAŁ NAUCZANIA W KLASACH VII-VIII

Uwaga. Treści zapisane kursywą wykraczają poza podstawę programową. Nauczyciel może je realizować, jeśli pozwoli mu na to czas i poziom klasy.

KLASA VII

Treści	Komentarze
ARYTMETYKA	
Liczby wymierne	
Działania na liczbach wymiernych.	Porównywanie liczb wymiernych; zaznaczanie ich na osi liczbowej oraz określanie odległości liczb na osi liczbowej. Wskazywanie na osi liczbowej zbioru liczb spełniających warunek typu: $x \geq 3$, $x < 5$. Dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie liczb wymiernych. Obliczanie wartości wyrażeń z uwzględnieniem kolejności działań oraz ich szacowanie. Zamiana jednostek. Obliczenia z wykorzystaniem kalkulatora.
Rozwinięcia dziesiętne liczb wymiernych.	Zapisywanie liczb wymiernych w postaci rozwinięć dziesiętnych skończonych i nieskończonych okresowych. Zaokrąglanie rozwinięć dziesiętnych.
Procenty i ich zastosowania.	Rozumienie pojęcia procentu. Odczytywanie diagramów procentowych. Obliczanie, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba. Obliczanie procentu danej liczby i liczby, gdy dany jest jej procent. Rozwiązywanie zadań tekstowych. Wykorzystanie kalkulatora do obliczeń procentowych.
Potęgi i pierwiastki	
Potęga o wykładniku naturalnym. Własności potęg.	Obliczanie wartości wyrażeń, w których występują potęgi. Mnożenie i dzielenie potęg o jednakowych podstawach lub jednakowych wykładnikach. Potęgowanie potęgi. Porównywanie potęg o różnych wykładnikach naturalnych i takich samych podstawach oraz potęg o takich samych wykładnikach naturalnych a różnych podstawach.
Notacja wykładnicza	Zapisywanie i porównywanie dużych liczb. Potęga liczby 10 o wykładniku ujemnym. Zapisywanie i porównywanie bardzo małych liczb.
Pierwiastki. Własności pierwiastków.	Pierwiastek kwadratowy i sześcienny. Mnożenie i dzielenie pierwiastków tego samego stopnia. Wyłączanie czynnika przed znak pierwiastka. Obliczanie wartości wyrażeń, w których występują pierwiastki. Szacowanie liczb niewymiernych (także z użyciem kalkulatora). <i>Rozwinięcia dziesiętne liczb niewymiernych.</i>
ALGEBRA	
Wyrażenia algebraiczne	
Zapisywanie wyrażeń algebraicznych. Wartość liczbową wyrażenia.	Budowanie wyrażeń algebraicznych. Obliczanie wartości liczbowych wyrażeń algebraicznych.
Jednomiany i sumy algebraiczne.	Porządkowanie jednomianów. Redukcja wyrazów podobnych w sumie algebraicznej. Dodawanie i odejmowanie sum algebraicznych. Mnożenie i dzielenie sumy algebraicznej przez liczbę. Mnożenie sumy algebraicznej przez jednomian. Wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias. Mnożenie dwumianu przez dwumian. <i>Mnożenie sum</i>

	<i>algebraicznych</i> . Przekształcanie wyrażeń algebraicznych przy rozwiązywaniu równań.
Równania	
Równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą.	Zapisywanie związków pomiędzy wielkościami za pomocą równania; sprawdzanie, czy dana liczba spełnia równanie. Rozwiązywanie równań. <i>Przykłady równań tożsamościowych i sprzecznych</i> . Rozwiązywanie zadań tekstowych.
Przekształcanie wzorów.	Przekształcanie prostych wzorów (w tym fizycznych i geometrycznych). Wyznaczanie wskazanej wielkości z podanych wzorów.
GEOMETRIA	
Figury na płaszczyźnie	
Kąty utworzone przez dwie przecinające się proste. Proste równoległe przecięte trzecią prostą.	Własności kątów przyległych, wierzchołkowych, odpowiadających, naprzemianległych.
Własności trójkątów i czworokątów.	Rodzaje trójkątów i czworokątów. Kąty w trójkątach. Kąty i przekątne w czworokątach. Obliczanie obwodów trójkątów i czworokątów.
Figury przystające. Cechy przystawiania trójkątów.	Rozpoznawanie trójkątów przystających. Obliczanie długości boków i miar kątów trójkątów z wykorzystaniem cech przystawiania trójkątów. Konstruowanie trójkątów przystających.
<i>Podstawowe konstrukcje geometryczne.</i>	Przenoszenie odcinków i kątów. <i>Konstruowanie trójkątów. Konstruowanie prostych prostopadłych i równoległych.</i>
Pola trójkątów i czworokątów.	Jednostki pola i zależności pomiędzy nimi. Obliczanie pól trójkątów i czworokątów.
Figury geometryczne w układzie współrzędnych.	Zaznaczanie punktów w układzie współrzędnych. Odczytywanie współrzędnych punktów. Rysowanie odcinków, wielokątów w układzie współrzędnych. Obliczanie długości odcinków równoległych do jednej z osi układu. Obliczanie pól wielokątów umieszczonych w układzie współrzędnych.
Wielokąty foremne.	Wielokąty foremne i ich własności. <i>Konstruowanie sześciokąta foremnego i ośmiokąta foremnego</i> . Obliczanie miary kąta wewnętrznego wielokąta foremnego.
Wielościany	
Gnaniastosłupy.	Rozpoznawanie i rysowanie gnaniastosłupów. Rozpoznawanie i rysowanie siatek gnaniastosłupów. Obliczanie pól powierzchni i objętości gnaniastosłupów. <i>Zamiana jednostek objętości</i> .
STATYSTKA	
Dane statystyczne. Doświadczenia losowe	
Zbieranie, porządkowanie i przedstawianie danych.	Przedstawianie danych statystycznych w rozmaity sposób (tabele, diagramy, wykresy). Interpretowanie danych statystycznych. Obliczanie średniej arytmetycznej. Wykorzystanie kalkulatora lub komputera do opracowania danych statystycznych.
Zdarzenia losowe.	Opisywanie prostych przykładów zdarzeń losowych. Ocenianie szans — zdarzenia bardziej i mniej prawdopodobne, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe. Obliczanie prawdopodobieństwa prostych zdarzeń.

KLASA VIII

Treści	Komentarze
ARYTMETYKA	
Powtórzenie wiadomości	Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych. Własności liczb naturalnych. Porównywanie liczb. Działania na potęgach i pierwiastkach. System rzymski zapisu liczb. Obliczanie drogi przy danej prędkości i danym czasie, prędkości przy danej drodze i danym czasie, czasu przy danej drodze i danej prędkości. Zamiana jednostek prędkości.
ALGEBRA	
Powtórzenie wiadomości.	Dodawanie, odejmowanie i mnożenie sum algebraicznych. Obliczanie wartości wyrażeń algebraicznych. Rozwiązywanie równań.
Proporcje.	Własności proporcji. Rozwiązywanie równań podanych w postaci proporcji. Rozwiązywanie zadań tekstowych dotyczących wielkości wprost proporcjonalnych.
GEOMETRIA	
Powtórzenie wiadomości.	Własności trójkątów i czworokątów. Kąty w trójkątach i czworokątach. Pola i obwody trójkątów i czworokątów.
Koła i okręgi.	Określenie i szacowanie liczby π . Obliczanie długości okręgu o danym promieniu i obliczanie promienia okręgu o danej długości. Obliczanie pola koła o danym promieniu i obliczanie promienia koła o danym polu. Obliczanie pola pierścienia kołowego o danych promieniach lub średnicach obu okręgów tworzących pierścień. <i>Styczna do okręgu</i> . Wzajemne położenie okręgów.
Trójkąty prostokątne.	Wprowadzenie twierdzenia Pitagorasa. Stosowanie twierdzenia Pitagorasa do obliczania długości boków trójkąta prostokątnego, wysokości trójkąta równoramiennego i przekątnej prostokąta.. Wyprowadzenie wzorów na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego. Wykorzystywanie związków między długościami boków trójkątów prostokątnych o kątach 30° , 60° i 90° oraz trójkątów prostokątnych równoramiennych.
Dowodzenie w geometrii.	Przeprowadzanie prostych dowodów wykorzystujących własności poznanych figur geometrycznych oraz twierdzenie Pitagorasa.
Symetrie	
Symetria względem prostej.	Rysowanie figury symetrycznej do danej figury względem prostej. Znajdowanie osi symetrii figury. <i>Konstruowanie symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta</i> . Wykorzystywanie własności symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta. <i>Konstruowanie kątów o miarach 60°, 30°, 45°.</i>
Symetria względem punktu.	Rysowanie figury symetrycznej do danej względem punktu. Znajdowanie środka symetrii figury.
Symetrie w układzie współrzędnych.	Zaznaczanie punktów symetrycznych do danego punktu względem osi układu współrzędnych oraz względem początku układu współrzędnych.

Gnaniastoslupy i ostroslupy.	Rozpoznawanie i rysowanie gnaniastoslupów i ostroslupów. Obliczanie pól powierzchni i objętości gnaniastoslupów oraz ostroslupów (m.in. z zastosowaniem twierdzenia Pitagorasa). Obliczanie długości odcinków w gnaniastoslupach i ostroslupach. <i>Zamiana jednostek objętości.</i>
RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA	
Odczytywanie danych.	Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w rozmaity sposób (tabele, diagramy, wykresy).
Zaawansowane metody zliczania.	Stosowanie reguły dodawania i mnożenia do zliczania par elementów w sytuacjach wymagających rozważenia kilku przypadków.
Rachunek prawdopodobieństwa.	Obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach polegających na rzucie dwiema kostkami, losowaniu dwóch elementów ze zwracaniem lub bez zwracania
ZASTOSOWANIA MATEMATYKI	
Obliczenia procentowe.	Powtórzenie obliczeń procentowych z klasy VII. Podatek VAT i inne podatki, lokaty bankowe.
Podział proporcjonalny.	Rozwiązywanie zadań tekstowych dotyczących podziału proporcjonalnego.

PROCEDURY OSIĄGANIA CELÓW

UWAGI OGÓLNE

Wybierając sposoby osiągnięcia celów edukacyjnych, powinniśmy uwzględniać przede wszystkim możliwości i zainteresowania uczniów, nie zapominając oczywiście o zasadzie stopniowania trudności. Omawiając treści matematyczne, starajmy się jak najczęściej posługiwać przykładami z życia codziennego. Dobieranie interesujących przykładów rozbudza naturalną ciekawość uczniów i rozwija ich zainteresowania.

Nauczyciel powinien stosować możliwie różnorodne metody nauczania. Najskuteczniejsze są oczywiście takie, które wymagają aktywnej postawy uczniów. Do każdej ze stosowanych metod powinno się wykorzystywać odpowiednie do omawianego zagadnienia, dostępne środki dydaktyczne (przyrządy pomiarowe, modele brył, kalkulatory, komputery itp.).

Najlepszym środkiem do realizowania celów edukacyjnych na lekcjach matematyki jest rozwiązywanie problemów matematycznych i zadań. Stanowi ono znakomity trening umysłu, doskonali i rozwija myślenie, uczy rozumowania oraz pobudza wyobraźnię. Ważną rolę odgrywa dyskusowanie na temat sposobu rozwiązywania zadania. Starajmy się zadbać o to, by uczniowie mieli też okazję rozwiązywać łamigłówki i zadania logiczne.

Powinniśmy też poświęcać trochę czasu na pracę z podręcznikiem, która pomaga nauczać czytania tekstu za zrozumieniem i kształtuje umiejętność odróżniania treści ważnych od mniej istotnych. Warto też na lekcjach matematyki stosować formę nauczania jaką jest praca w grupach. Podczas takiej aktywności uczniowie uczą się współdziałania, dobrej organizacji pracy, kształcą umiejętności komunikowania się i argumentowania.

PROCEDURY OSIĄGANIA CELÓW SZCZEGÓŁOWYCH

Rozwijanie umiejętności posługiwania się liczbami

Nie należy zaniedbywać rachunku pamięciowego. Uczniowie powinni jak najczęściej wykonywać w pamięci proste obliczenia; dotyczy to działań na ułamkach zwykłych, działań na ułamkach dziesiętnych, a przede wszystkim obliczeń procentowych. Powinniśmy też trochę czasu poświęcić na szacowanie liczb i wyników obliczeń oraz zwracać uwagę na rozsądne używanie kalkulatora. Przy okazji korzystania z kalkulatora warto pokazać uczniom możliwości tego urządzenia wykraczające poza cztery podstawowe działania.

Sprawdzanie i doskonalenie sprawności rachunkowej może następować przy każdej okazji, także przy omawianiu tematów dotyczących algebry czy geometrii. Podsumowywanie wiadomości o zbiorach liczbowych i działaniach umożliwia skłonienie uczniów do spojrzenia na liczby z szerszej perspektywy.

Rozwijanie umiejętności posługiwania się symbolami literowymi

Przekładanie treści zadań na język symboli może uczniom ciągle sprawiać wiele trudności. Zanim przejdziemy do rozwiązywania równań, musimy dużo czasu poświęcić budowaniu

wyrażeń algebraicznych. Niezwykle ważne jest, aby zaczynać od wyrażeń naprawdę prostych i bardzo powoli podnosić stopień trudności.

Przy rozwiązywaniu zadań za pomocą algebry powinniśmy starać się wyrabiać u uczniów nawyk sprawdzania wyników. Dotyczy to rozwiązywania równań, zadań tekstowych itp.

Wiele okazji do posługiwania się algebrą stwarza geometria. Można też pokusić się o uogólnianie własności liczb i działań za pomocą liter. Należy jednak przy tym wykazać ostrożność, by rzeczy oczywistych dla uczniów zaledwie nie komplikować.

Wprowadzając nowe pojęcia unikajmy zbyt sformalizowanych definicji. Od uczniów wymagamy rozumienia i używania pojęć. Ta sama uwaga dotyczy też pojęć geometrycznych.

Kształtowanie wyobraźni geometrycznej

Uczniowie na ogół lubią geometrię. Wymaga ona odmiennej aktywności i stwarza słabszym uczniom okazję do zrekompensowania niepowodzeń i osiągnięcia sukcesów.

Przy rozwiązywaniu zadań geometrycznych (z wyjątkiem zadań konstrukcyjnych) możemy odwoływać się do wyobraźni, a rysunek traktować jako element pomocniczy — wystarczy, by był szkicem (nawet odręcznym) pozwalającym zrozumieć pewien problem. Należy jednak zwracać uwagę na estetykę i czytelność rysunków.

Wprowadzając kolejne tematy, staramy się pokazywać figury i sytuacje geometryczne za pomocą odpowiednich modeli i przedmiotów występujących w otoczeniu ucznia. Dotyczy to szczególnie stereometrii. Tym sposobem mamy szansę w niektórych przypadkach odejść od statycznej geometrii i pokazywać niezmiennosć pewnych własności figur.

Przy okazji omawiania figur geometrycznych możemy pokusić się o dokładniejsze uzasadnienie ich własności. Powinniśmy się starać, aby uczniowie sami przeprowadzali krótkie rozumowania i uzasadnienia, a my kolejnymi pytaniami i podpowiedziami możemy im w tym pomagać. Należy przy tym jednak unikać zbyt sformalizowanych dowodów, a opierać się przede wszystkim na intuicjach uczniów.

Rozwijanie umiejętności stosowania matematyki

Zarówno przy kształtowaniu pojęć z arytmetyki, algebry i geometrii, jak i przy utrwalaniu wiedzy, staramy się podsuwać uczniom przykłady związane z życiem codziennym. W ten sposób uczymy ich dostrzegać prawidłowości matematyczne w otaczającym świecie i rozwijamy ich praktyczne umiejętności. Współcześnie niezbędna jest umiejętność posługiwania się różnymi tabelami, diagramami, wykresami, danymi statystycznymi. Takie umiejętności możemy ćwiczyć w każdym dziale matematyki. Najwięcej okazji mamy przy ćwiczeniach dotyczących elementów statystyki.

Przy rozwiązywaniu zadań związanych ze statystyką warto używać kalkulatora. Autentyczne dane często wymagają skomplikowanych obliczeń, na które szkoda tracić czas, gdyż wykonując żmudne rachunki, uczniowie mogą zgubić istotę problemu.

Na lekcjach powinniśmy wykorzystywać różnego rodzaju kwestionariusze, informacje z gazet i roczników statystycznych. Uczniowie powinni nauczyć się też samodzielnego zbierania

danych, np. poprzez przeprowadzanie ankiet i wywiadów. Rozbudzamy w ten sposób ich aktywność.