

# **Matematyka z plusem**

Program nauczania matematyki  
dla drugiego etapu edukacyjnego  
(klasy IV – VIII szkoły podstawowej)

Program zbieżny z rozporządzeniem Ministra Edukacji  
Narodowej z 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej

Zmodyfikowany przez nauczycieli matematyki SP IM. Jana Pawła II w Łososinie Dolnej:  
mgr Małgorzatę Kuźma- Śliwińską, mgr Lidię Czepiel, mgr Iwonę Sromek

## UWAGI WSTĘPNE

Program ułożono zgodnie ze sprawdzoną i stosowaną od wielu lat zasadą spiralności. Przez powtarzanie podobnych (a czasami wręcz tych samych) zagadnień na coraz wyższym poziomie nauczyciel ma możliwość utrwalania i pogłębiania wiedzy uczniów. Przy konstruowaniu programu szczególnie zadbano o podzielenie treści nauczania między poszczególne klasy tak, aby nauczyciel miał wystarczająco dużo czasu na realizację danego zagadnienia. Wymagania podstawowe i wyższe dla poszczególnych klas zostały dostosowane do możliwości percepcyjnych i poziomu intelektualnego uczniów.

*Matematyka z plusem* jest programem zgodnym z obowiązującą podstawą programową dla II etapu edukacyjnego. Może być realizowany jako kontynuacja dowolnego programu zgodnego z podstawą programową dla I etapu edukacyjnego, uwzględnia bowiem wszystkie zmiany wprowadzone przez najnowszą podstawę programową w nauczaniu matematyki w klasach I – III szkoły podstawowej.

Do programu *Matematyka z plusem* wydawane są przez Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe podręczniki, zeszyty ćwiczeń i zbiory zadań. Nauczyciele mogą także skorzystać z innych pomocy metodycznych przygotowanych przez Wydawcę (w tym programów multimedialnych *Kompozytor klasówek i kart pracy, Matlandia i Powtórkomat*).

Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, publikując program na stronie [www.gwo.pl](http://www.gwo.pl), wyraża tym samym zgodę na bezpłatne wykorzystanie przez nauczycieli niniejszego programu do pracy z uczniami.

Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe wyraża także zgodę na tworzenie przez nauczycieli autorskich programów nauczania w oparciu o program nauczania *Matematyka z plusem* pod warunkiem, że w przygotowanym materiale zostanie zapisana informacja, iż powstał on na podstawie programu *Matematyka z plusem*.

## CELE EDUKACYJNE W KLASACH IV-VI

### CELE EDUKACYJNE — WYCHOWANIE

Matematyka jest jednym z głównych przedmiotów nauczania w szkole między innymi dlatego, że służy stymulowaniu rozwoju intelektualnego uczniów. Oprócz dążenia do nabycia przez uczniów umiejętności dotyczących treści matematycznych, które opisane są w następnym rozdziale, nauczyciel powinien wyznaczyć sobie następujące zadania związane z kształceniem i wychowaniem:

#### **Rozwijanie myślenia**

- Rozwijanie pamięci oraz umiejętności myślenia abstrakcyjnego i logicznego rozumowania.
- Rozwijanie umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem. Przygotowanie do korzystania z tekstów dotyczących różnych dziedzin wiedzy oraz tekstów użytkowych.
- Rozwijanie umiejętności interpretowania informacji.
- Rozwijanie zdolności i zainteresowań matematycznych.

- Uczenie dostrzegania prawidłowości matematycznych w otaczającym świecie.
- Kształtowanie umiejętności stosowania schematów, symboli literowych i rysunków przy rozwiązywaniu różnych zadań i problemów w sytuacjach codziennych.

### **Rozwijanie osobowości**

- Kształtowanie pozytywnego nastawienia do podejmowania wysiłku intelektualnego oraz postawy dociekliwości.
- Wyrabianie nawyku obserwacji i eksperymentowania.
- Rozwijanie samodzielności w poszukiwaniu i zdobywaniu informacji.
- Nauczanie dobrej organizacji pracy, wyrabianie systematyczności, pracowitości i wytrwałości.
- Rozwijanie umiejętności współdziałania w grupie.
- Nauczanie przedstawiania rozwiązań problemów i zadań w sposób czytelny.
- Wyrabianie nawyków sprawdzania otrzymanych odpowiedzi i korygowania błędów.

## **SZCZEGÓŁOWE CELE EDUKACYJNE — KSZTAŁCENIE**

### **KLASA IV**

#### **Rozwijanie sprawności rachunkowej**

- ◆ Wykonywanie jednodziałaniowych obliczeń pamięciowych na liczbach naturalnych.
- ◆ Stosowanie reguł kolejności wykonywania działań.
- ◆ Porównywanie liczb naturalnych.
- ◆ Dzielenie z resztą liczb dwucyfrowych przez jednocyfrowe.
- ◆ Stosowanie algorytmów dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia liczb naturalnych sposobem pisemnym.
- ◆ Dodawanie i odejmowanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach.
- ◆ Stosowanie algorytmów dodawania i odejmowania ułamków dziesiętnych sposobem pisemnym.

#### **Kształtowanie sprawności manualnej i wyobraźni geometrycznej**

- ◆ Rozpoznawanie i rysowanie prostych prostopadłych i prostych równoległych.
- ◆ Mierzenie odcinków i kątów.
- ◆ Rysowanie odcinków i prostokątów w skali.
- ◆ Rysowanie siatek prostopadłościanów i klejenie modeli.
- ◆ Wykorzystanie znajomości geometrii w sytuacjach praktycznych.

#### **Kształtowanie pojęć matematycznych i rozwijanie umiejętności posługiwania się nimi**

- ◆ Posługiwanie się systemem dziesiętkowym.
- ◆ Posługiwanie się systemem rzymskim.
- ◆ Kształtowanie pojęcia ułamka zwykłego.
- ◆ Kształtowanie pojęcia ułamka dziesiętnego.
- ◆ Rozumienie i używanie pojęć związanych z arytmetyką: suma, różnica, iloczyn, iloraz, kwadrat i sześćcian liczby, cyfra, oś liczbowa, ułamek zwykły, ułamek właściwy, ułamek niewłaściwy, liczba mieszana, ułamek dziesiętny.
- ◆ Rozumienie i używanie pojęć związanych z geometrią: punkt, prosta, półprosta, odcinek, kąt, kąt prosty, kąt ostry, kąt rozwarty, prostokąt, kwadrat, koło, okrąg, promień, średnica, cięciwa, centymetr kwadratowy, metr kwadratowy, hektar, ar, prostopadłościan, sześćcian, wierzchołek, krawędź i ściana prostopadłościanu, siatka prostopadłościanu.

### **Rozwijanie umiejętności stosowania matematyki**

- ◆ Rozwiązywanie nieskomplikowanych zadań tekstowych (w tym zadań dotyczących porównywania różnicowego i ilorazowego).
- ◆ Korzystanie z informacji podanych za pomocą tabel.
- ◆ Posługiwanie się podstawowymi jednostkami długości, masy i pola.
- ◆ Zamiana jednostek (np. kilometrów na metry, metrów na centymetry, kilogramów na gramy) oraz zapisywanie wyrażeń dwumianowanych w postaci ułamków dziesiętnych.
- ◆ Posługiwanie się skalą przy odczytywaniu odległości z mapy i z planu.
- ◆ Obliczanie pól i obwodów prostokątów oraz pól powierzchni prostopadłościanów.

## **KLASA V**

### **Rozwijanie sprawności rachunkowej**

- ◆ Rozwijanie sprawności nabytych w klasie czwartej.
- ◆ Wykonywanie dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia liczb naturalnych w pamięci i sposobem pisemnym oraz stosowanie reguł kolejności wykonywania działań.
- ◆ Stosowanie cech podzielności liczb.
- ◆ Skracanie i rozszerzanie ułamków, zamiana liczb mieszanych na ułamki niewłaściwe i ułamków niewłaściwych na liczby mieszane, porównywanie ułamków zwykłych, dodawanie i odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków zwykłych i liczb mieszanych, obliczanie ułamka danej liczby.
- ◆ Porównywanie ułamków dziesiętnych, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków dziesiętnych sposobem pisemnym.
- ◆ Szacowanie wyników działań.
- ◆ Dodawanie i odejmowanie liczb całkowitych.

### **Kształtowanie sprawności manualnej i wyobraźni geometrycznej**

- ◆ Rozwijanie sprawności nabytych w klasie czwartej.
- ◆ Rozpoznawanie i rysowanie różnych rodzajów trójkątów i czworokątów.
- ◆ Rozpoznawanie i rysowanie graniastosłupów prostych.
- ◆ Wskazywanie w graniastosłupach par ścian oraz par krawędzi prostopadłych i równoległych.

### **Kształtowanie pojęć matematycznych i rozwijanie umiejętności posługiwania się nimi**

- ◆ Rozwijanie intuicji związanych z pojęciami matematycznymi poznanymi w klasie czwartej.
- ◆ Kształtowanie intuicji związanych z liczbami całkowitymi.
- ◆ Rozumienie i używanie nowych pojęć związanych z arytmetyką: wielokrotność liczby, dzielnik liczby, liczba pierwsza, liczba złożona.
- ◆ Rozumienie i używanie nowych pojęć związanych z geometrią: kąt półpełny, kąt pełny, kąty przyległe, kąty wierzchołkowe, trójkąt ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny, równoboczny i równoramienny, równoległobok, romb, trapez, trapez prostokątny, trapez równoramienny, wysokość trójkąta, równoległoboku i trapezu.

### **Rozwijanie umiejętności stosowania matematyki**

- ◆ Rozwiązywanie zadań tekstowych.
- ◆ Korzystanie z informacji podanych za pomocą tabel.
- ◆ Posługiwanie się podstawowymi jednostkami długości, masy, pola i objętości, zamiana jednostek.
- ◆ Zapisywanie wyrażeń dwumianowanych w postaci ułamków dziesiętnych.
- ◆ Posługiwanie się liczbami (w szczególności ułamkami dziesiętnymi) w prostych sytuacjach związanych z życiem codziennym.

- ◆ Obliczanie pól i obwodów trójkątów i czworokątów oraz objętości graniastosłupów prostych.

## **KLASA VI**

### **Rozwijanie sprawności rachunkowej**

- ◆ Rozwijanie sprawności nabytych w klasie piątej.
- ◆ Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych (wielodziałaniowych), w których występują liczby całkowite, z zastosowaniem reguł kolejności wykonywania działań.
- ◆ Wykonywanie dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia liczb wymiernych.
- ◆ Zaokrąglanie liczb i szacowanie wyników działań.

### **Kształtowanie sprawności manualnej i wyobraźni geometrycznej**

- ◆ Rozwijanie sprawności nabytych w klasie piątej.

### **Kształtowanie pojęć matematycznych i rozwijanie umiejętności posługiwania się nimi**

- ◆ Rozwijanie intuicji związanych z pojęciami poznanymi w klasie piątej.

### **Rozwijanie umiejętności posługiwania się symbolami literowymi**

- ◆ Rozumienie i używanie pojęć związanych z algebrą: wyrażenie algebraiczne, wartość wyrażenia algebraicznego, liczba spełniająca równanie.
- ◆ Budowanie nieskomplikowanych wyrażeń algebraicznych i rozwiązywanie prostych równań.

### **Rozwijanie umiejętności stosowania matematyki**

- ◆ Rozwiązywanie zadań tekstowych (w tym także zadań wymagających umiejętności zapisania i rozwiązania prostego równania).
- ◆ Odczytywanie danych podanych za pomocą tabel, diagramów i wykresów, porządkowanie i przedstawianie danych.
- ◆ Posługiwanie się kalkulatorem przy wykonywaniu obliczeń (w tym także przy obliczaniu wartości wyrażeń) oraz przy sprawdzaniu wyników szacowania.
- ◆ Posługiwanie się podstawowymi jednostkami długości, masy, pola (w tym ar i hektar) i objętości, zamiana jednostek.
- ◆ Rozwiązywanie zadań dotyczących prędkości, drogi i czasu.

## **RAMOWY ROZKŁAD MATERIAŁU W KLASACH IV-VI**

Poniższa tabela przedstawia podział głównych treści programowych między poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebnych na ich realizację.

Dokładniejsze rozkłady materiału z uwzględnieniem przydziału godzin stanowią element obudowy programu.

Rok szkolny liczy około 190 dni lekcyjnych. Licząc po 4 godziny tygodniowo, otrzymujemy nominalnie 150 lekcji matematyki rocznie. Wiadomo, że pewną liczbę godzin trzeba odliczyć ze względu na absencję, wycieczki, imprezy szkolne itp. Zakładamy, że nauczyciel może przeznaczyć na realizację materiału po 125 jednostek lekcyjnych w każdej klasie (tyle wynosi suma godzin w każdej kolumnie tabeli).

<b>KLASA IV</b>	<b>KLASA V</b>	<b>KLASA VI</b>
<b>ARYTMETYKA</b>	<b>ARYTMETYKA</b>	<b>ARYTMETYKA</b>
Liczby naturalne 55	Liczby naturalne 25	Liczby wymierne 20
Ułamki zwykłe 20	Ułamki zwykłe 20	Liczby na co dzień 25
Ułamki dziesiętne 15	Ułamki dziesiętne 20	Procenty 15
	Liczby całkowite 10	Układ współrzędnych* 5
<b>GEOMETRIA</b>	<b>GEOMETRIA</b>	<b>GEOMETRIA</b>
Figury na płaszczyźnie 30	Figury na płaszczyźnie 35	Figury na płaszczyźnie 20
Prostopadłościany i sześciany 5	Graniastosłupy 15	Bryły 15
		Konstrukcje geometryczne* 10
		<b>ALGEBRA</b>
		Wyrażenia algebraiczne i równania 15

\*Temat nieobowiązkowy (wykraczający poza podstawę programową).

## MATERIAŁ NAUCZANIA W KLASACH IV-VI

Kursywą zapisano treści, które w danej klasie są nieobowiązkowe. Na ogół takie same treści stają się obowiązkowe w klasie wyższej. Nauczyciel może zrealizować je wcześniej, jeśli pozwoli mu na to czas i poziom klasy. Gwiazdką oznaczono treści wykraczające poza podstawę programową.

### KLASA IV

Treści	Komentarze
<b>ARYTMETYKA</b>	
<b>Liczby naturalne</b>	
Rachunek pamięciowy w zakresie 100.	Dodawanie i odejmowanie w pamięci liczb dwucyfrowych. Mnożenie i dzielenie przez liczby jednocyfrowe (działania typu $2 \cdot 27$ , $68 : 2$ ). Dzielenie z resztą.
Porównywanie różnicowe i ilorazowe.	Znajdowanie liczby, która jest od danej liczby o 15 większa, o 7 mniejsza, 3 razy większa, 2 razy mniejsza, itp. Rozwiązywanie zadań tekstowych.
Kwadraty i sześciany liczb.	Przykłady obliczania drugiej i trzeciej potęgi liczb naturalnych.
Kolejność wykonywania działań.	Obliczanie wartości prostych wyrażeń arytmetycznych.
Zadania tekstowe.	Rozwiązywanie i układanie prostych zadań tekstowych wymagających obliczeń pamięciowych.
Oś liczbowa.	Zaznaczanie liczb na osi liczbowej (także liczb wielocyfrowych typu 100, 200, 350 czy 500, 1000). Odczytywanie współrzędnych punktów na osi.
System dziesiętkowy.	Zapisywanie i odczytywanie liczb. Zapisywanie liczb słowami.
Porównywanie liczb naturalnych.	Wprowadzenie znaków nierówności $<$ i $>$ .

Działania na dużych liczbach.	Proste działania na dużych liczbach – dodawanie i odejmowanie typu: $2500 + 400$ , $5000 - 4700$ oraz mnożenie i dzielenie przez 10, 100, 1000. Posługiwanie się jednostkami długości i jednostkami masy.
System rzymski.	Zapisywanie liczb naturalnych w systemie rzymskim. Odczytywanie liczb zapisanych w systemie rzymskim.
Kalendarz i czas.	Posługiwanie się zegarami — tradycyjnym i elektronicznym. Obliczenia związane z liczbą dni w tygodniu, w miesiącu i w roku.
Dodawanie i odejmowanie liczb sposobem pisemnym.	Dodawanie i odejmowanie liczb wielocyfrowych.
Mnożenie i dzielenie liczb sposobem pisemnym.	Mnożenie i dzielenie liczb wielocyfrowych przez liczby jednocyfrowe [ <i>i dwucyfrowe oraz mnożenie i dzielenie typu <math>3570 \cdot 2500</math>, <math>225000 : 1500</math>].</i>
Zastosowanie algorytmów działań pisemnych.	Obliczanie wartości prostych wyrażeń arytmetycznych (typu $375 \cdot 8 + 3216 : 6$ ). Rozwiązywanie zadań tekstowych.
<b>Ułamki zwykłe</b>	
Ułamek jako część całości.	Opisywanie części figury lub części zbioru skończonego za pomocą ułamka.
Ułamki właściwe i ułamki niewłaściwe. Liczby mieszane.	Interpretowanie ułamków niewłaściwych i liczb mieszanych za pomocą rysunków. Zaznaczanie ułamków i liczb mieszanych na osi liczbowej.
[ <i>Ułamek jako iloraz liczb naturalnych</i> ].	[ <i>Zamiana liczb mieszanych na ułamki niewłaściwe. Zapisywanie ułamków w postaci ilorazu i odwrotnie. Zamiana ułamków niewłaściwych na liczby mieszane</i> ].
Skracanie i rozszerzanie ułamków. Ułamki nieskracalne.	Proste przykłady skracania i rozszerzania ułamków. Zapisywanie ułamków w postaci nieskracalnej.
Porównywanie ułamków.	Porównywanie ułamków o jednakowych mianownikach (np. $\frac{3}{7}$ i $\frac{5}{7}$ ) i jednakowych licznikach (np. $\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{4}$ ).



<p>[<i>Dodawanie i odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach</i>].</p> <p><b>Ułamki dziesiętne</b></p> <p>Ułamki o mianownikach 10, 100, 1000.</p> <p>Wyrażenia dwumianowane.</p> <p>[<i>Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych</i>].</p>	<p>[<i>Dodawanie i odejmowanie dwóch ułamków o jednakowych mianownikach (przykłady typu <math>\frac{3}{8} + \frac{1}{8}</math>, <math>\frac{7}{9} - \frac{2}{9}</math>, a także <math>2\frac{2}{3} - \frac{1}{3}</math>, <math>2\frac{2}{7} + 2\frac{1}{7}</math>)</i>].</p> <p>Zapisywanie ułamków o mianownikach 10, 100, 1000 w postaci dziesiętnej. Zamiana ułamków dziesiętnych na ułamki zwykle nieskracalne. Przedstawianie ułamków dziesiętnych na osi liczbowej. Porównywanie ułamków dziesiętnych.</p> <p>Zamiana jednostek (np. 1 cm = 0,01 m, 35 gr = 0,35 zł). Zapisywanie wyrażeń dwumianowanych w postaci ułamków dziesiętnych (np. 1 kg 125 g = 1,125 kg, 1 m 6 cm = 1,06 m).</p> <p>Działania pamięciowe typu 0,2 + 0,3, 1,7 – 0,6. Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych sposobem pisemnym.</p>
<p><b>GEOMETRIA</b></p>	
<p><b>Figury na płaszczyźnie</b></p> <p>Podstawowe figury płaskie.</p> <p>Proste i odcinki prostopadłe i równoległe.</p> <p>Kąty. Mierzenie kątów.</p> <p>Prostokąty i kwadraty.</p> <p>Koła i okręgi.</p>	<p>Rozpoznawanie, rysowanie i oznaczanie podstawowych figur — punkt, prosta, półprosta, odcinek. Mierzenie długości odcinków.</p> <p>Rozpoznawanie prostych i odcinków prostokątnych i równoległych. Rysowanie prostych prostokątnych za pomocą ekierki. Rysowanie prostych równoległych za pomocą ekierki i linijki.</p> <p>Rozpoznawanie i rysowanie kątów prostych, ostrych i rozwartych. Odczytywanie miar kątów za pomocą kątomierza. Rysowanie kątów o zadanych miarach.</p> <p>Rozpoznawanie i rysowanie prostokątów i kwadratów za pomocą ekierki. Obliczanie obwodów.</p> <p>Odróżnianie okręgu od koła. Rozróżnianie pojęć: środek, cięciwa, promień, średnica. Rysowanie okręgów o danych promieniach.</p>

Skala [ <i>i plan</i> ].	Rysowanie odcinków i prostokątów w skali, np. 1 : 1, 1 : 2, 3 : 1. [ <i>Obliczanie rzeczywistych odległości na podstawie mapy i planu</i> ].
Pole figury. Jednostki pola. Pola prostokątów i kwadratów.	Obliczanie pól prostokątów i kwadratów. Rozwiązywanie zadań tekstowych. [ <i>Zamiana jednostek pola</i> ].
<b>Prostopadłościany i sześciany</b>	
Prostopadłościan i sześcian. Siatka prostopadłościanu.	Wskazywanie ścian, wierzchołków, krawędzi. Wskazywanie par ścian i krawędzi prostopadłych i równoległych. Rysowanie siatek prostopadłościanów i sześciątów. Klejenie modeli.
[ <i>Pole powierzchni prostopadłościanu</i> ].	[ <i>Obliczanie pól powierzchni prostopadłościanów o danych wymiarach</i> ].

## KLASA V

Treści	Komentarze
<b>ARYTMETYKA</b>	
<b>Liczby naturalne</b>	
Działania na liczbach naturalnych.	Dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie liczb w pamięci i sposobem pisemnym (także dzielenie z resztą). Obliczanie kwadratów i sześciątów liczb naturalnych. Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych z wykorzystaniem reguł kolejności działań. Rozwiązywanie zadań tekstowych.
Liczby pierwsze i złożone.	Przykłady liczb pierwszych i złożonych. Stosowanie cech podzielności liczb naturalnych do sprawdzania, czy dana liczba jest pierwsza czy złożona.
Wielokrotności i dzielniki liczb. Podzielność liczb.	Zapisywanie wielokrotności i dzielników danej liczby naturalnej. Rozpoznawanie, czy dana liczba jest podzielna przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 25 i 100. Wspólne wielokrotności i wspólne dzielniki.

<p><b>Ułamki zwykłe</b></p> <p>Ułamek jako część całości. Ułamek jako iloraz.</p> <p>Skracanie i rozszerzanie ułamków. Porównywanie ułamków.</p> <p>Dodawanie i odejmowanie ułamków zwykłych.</p> <p>Mnożenie ułamków zwykłych.</p> <p>Dzielenie ułamków zwykłych.</p>	<p>Opisywanie części figury lub części zbioru skończonego za pomocą ułamka. Zapisywanie ułamków w postaci ilorazu i odwrotnie. Zamiana ułamków niewłaściwych na liczby mieszane i odwrotnie. Zaznaczanie ułamków zwykłych i liczb mieszanych na osi liczbowej.</p> <p>Sprowadzanie ułamka do postaci nieskracalnej. Rozszerzanie ułamka do ułamka o danym mianowniku. Sprowadzanie ułamków do wspólnego mianownika. Porównywanie ułamków o różnych mianownikach.</p> <p>Dodawanie i odejmowanie ułamków (o jednakowych i różnych mianownikach) i liczb mieszanych.</p> <p>Mnożenie ułamków przez liczbę naturalną. Obliczanie ułamka danej liczby. Mnożenie ułamków i liczb mieszanych. Obliczanie kwadratów i sześciąt ułamków zwykłych i liczb mieszanych.</p> <p>Dzielenie ułamków przez liczbę naturalną. Zapisywanie odwrotności ułamków i liczb mieszanych. Dzielenie ułamków i liczb mieszanych.</p>
<p><b>Ułamki dziesiętne</b></p> <p>Pojęcie ułamka dziesiętnego.</p> <p>Porównywanie ułamków dziesiętnych.</p> <p>Wyrażenia dwumianowane.</p> <p>Zamiana ułamków dziesiętnych na zwykłe i zwykłych na dziesiętne.</p>	<p>Zapisywanie ułamków zwykłych o mianownikach 10, 100, 1000 itp. w postaci dziesiętnej i odwrotnie.</p> <p>Zaznaczanie ułamków dziesiętnych na osi liczbowej. Porządkowanie (rosnąco lub malejąco) kilku ułamków dziesiętnych.</p> <p>Zapisywanie wyrażen dwumianowanych w postaci ułamków dziesiętnych (np. <math>35\text{ g} = 0,035\text{ kg}</math>, <math>1\text{ km } 200\text{ m} = 1,2\text{ km}</math>).</p> <p>Przedstawienie ułamka dziesiętnego w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego. Zapisywanie w postaci dziesiętnej ułamków zwykłych o mianownikach 2, 4, 8, 20, 25, 40 itp.</p>

<p>Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych.</p> <p>Mnożenie ułamków dziesiętnych.</p> <p>Dzielenie ułamków dziesiętnych.</p> <p>Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych.</p> <p>[<i>Procenty a ułamki.</i>]</p> <p><b>Liczby całkowite</b></p> <p>Liczby ujemne.</p> <p>[<i>Działania na liczbach całkowitych.</i>]</p>	<p>Dodawanie i odejmowanie w pamięci prostych ułamków dziesiętnych. Dodawanie i odejmowanie sposobem pisemnym.</p> <p>Stosowanie reguł mnożenia i dzielenia ułamków przez 10, 100, 1000, itp. Pamięciowe i pisemne mnożenie ułamków dziesiętnych przez liczbę naturalną. Pisemne mnożenie ułamków dziesiętnych. Obliczanie kwadratów i sześcianów ułamków dziesiętnych. Szacowanie wyników mnożenia.</p> <p>Pamięciowe i pisemne dzielenie ułamków dziesiętnych przez liczbę naturalną. Pisemne dzielenie ułamków dziesiętnych.</p> <p>Obliczanie wartości wyrażeń (jednodziałaniowych oraz kilkudziałaniowych), w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne.</p> <p>[<i>Co to jest procent? Interpretacja 100%, 50%, 25%, 10% i 1% danej wielkości.</i>]</p> <p>Przedstawienie różnych interpretacji liczb całkowitych (np. ujemne temperatury, długi). Zaznaczanie liczb całkowitych na osi liczbowej, porównywanie liczb całkowitych.</p> <p>[<i>Pamięciowe dodawanie i odejmowanie liczb całkowitych. Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych.</i>]</p>
<b>GEOMETRIA</b>	
<p><b>Figury na płaszczyźnie</b></p> <p>Proste prostopadłe i proste równoległe.</p> <p>Kąty.</p>	<p>Kreślenie prostych prostopadłych i równoległych za pomocą linijki i ekierki.</p> <p>Mierzenie kątów. Rozpoznawanie kątów ostrych, prostych, rozwartych, półpełnych, pełnych oraz par kątów przyległych i wierzchołkowych. Obliczanie miary kąta, gdy dana jest np. miara kąta przyległego. [<i>Rozpoznawanie kątów odpowiadających i naprzemianległych*</i>].</p>

Wielokąty.	Wskazywanie boków, wierzchołków, kątów i przekątnych wielokąta. Obliczanie obwodu wielokąta.
Rodzaje trójkątów. Suma miar kątów trójkąta.	Rozpoznawanie trójkątów ostrokątnych, prostokątnych i rozwartokątnych oraz trójkątów równobocznych i równoramiennych. Własności trójkąta równobocznego i równoramiennego. Rozwiązywanie zadań dotyczących kątów w trójkątach. [ <i>Konstruowanie trójkąta o danych bokach</i> ].
Rodzaje czworokątów.	Rozpoznawanie i rysowanie prostokątów, kwadratów, równoległoboków, rombów, trapezów. Własności przekątnych równoległoboku.
Miary kątów w czworokątach.	Wskazywanie kątów o jednakowych miarach w równoległobokach i trapezach równoramiennych. Obliczanie miar kątów równoległoboku i trapezu równoramiennego, gdy dana jest miara jednego z kątów.
Pola trójkątów i czworokątów.	Rysowanie wysokości i obliczanie pól trójkątów, równoległoboków, rombów i trapezów. Wykorzystywanie wzorów na pola trójkątów i czworokątów do obliczania długości boków lub wysokości. Zamiana jednostek pola.
<b>Gnaniastoslupy</b>	
Przykłady gnaniastoslupów prostych. Siatki gnaniastoslupów prostych.	Rozpoznawanie gnaniastoslupów. Wskazywanie ścian prostopadłych i równoległych oraz krawędzi prostopadłych i równoległych w gnaniastoslupach. Rysowanie siatek. Klejenie modeli.
Pole powierzchni gnaniastoslupa prostego.	Obliczanie pól powierzchni gnaniastoslupów prostych.
Objętość bryły. Jednostki objętości. Objętość gnaniastoslupa prostego.	Obliczanie objętości prostopadłościanów, sześciątów i innych gnaniastoslupów prostych. Zamiana jednostek objętości.

## KLASA VI

Treści	Komentarze
<b>ARYTMETYKA</b>	
<b>Liczby wymierne</b>	
Działania na liczbach wymiernych (nieujemnych).	Dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków zwykłych i dziesiętnych (w tym przykłady typu: $4,2 - 2\frac{1}{3}$ , $5,2 \cdot \frac{1}{6}$ , $2,5 : \frac{1}{4}$ ). Obliczanie wartości wyrażeń z uwzględnieniem kolejności wykonywania działań. Rozwiązywanie zadań tekstowych.
Liczby całkowite. Działania na liczbach całkowitych.	Porównywanie liczb całkowitych, zaznaczanie ich na osi liczbowej. Dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie liczb całkowitych. Obliczanie wartości wyrażeń, w których występują liczby całkowite (przykłady typu $10 - 8 \cdot (-9) - (-3) \cdot 7$ ). Obliczanie wartości bezwzględnej.
Działania na liczbach wymiernych dodatnich i ujemnych.	Dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie liczb wymiernych. Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych z uwzględnieniem kolejności działań.
<b>Liczby na co dzień</b>	
Liczby na co dzień.	Obliczenia związane z kalendarzem i czasem. Stosowanie jednostek długości i masy. Posługiwanie się skalą na mapach i planach. Zaokrąglanie i szacowanie liczb. Posługiwanie się kalkulatorem.
Odczytywanie informacji.	Odczytywanie danych z tabel i diagramów. Odczytywanie danych przedstawionych na prostych wykresach.
Prędkość, droga, czas.	Rozumienie pojęcia prędkości i intuicyjne obliczanie jednej z wielkości (drogi, prędkości lub czasu), gdy dane są dwie pozostałe wielkości.
<b>Procenty</b>	Interpretacja 100% wielkości jako całości, 50% – jako połowy, 25% – jako jednej czwartej, 10% – jako jednej dziesiątej, a 1% – jako setnej części całości. Obliczanie procentu danej wielkości.
<b>Układ współrzędnych*</b>	

	[ <i>Odczytywanie współrzędnych punktów w układzie współrzędnych. Długości odcinków i pola figur w układzie współrzędnych*</i> ].
<b>ALGEBRA</b>	
<b>Wyrażenia algebraiczne i równania</b>	
Budowanie prostych wyrażen algebraicznych. Wartości wyrażen algebraicznych.	Zapisywanie wyrażen typu $x - 5$ , $2x$ , $3x + 1$ , $3(x + 1)$ . Obliczanie wartości prostych wyrażen algebraicznych.
[ <i>Przekształcanie prostych wyrażen algebraicznych*</i> ].	[ <i>Przekształcanie wyrażen typu <math>5x + 3x</math>, <math>2x + 4 - x</math>, <math>2 \cdot (3x + 1)</math>*</i> ].
Rozwiązywanie równań.	Rozwiązywanie równań typu $2x - 5 = 3$ , $5(x + 4) = 10$ . Rozwiązywanie prostych zadań tekstowych za pomocą równań.
<b>GEOMETRIA</b>	
<b>Figury na płaszczyźnie</b>	
Własności figur płaskich.	Rodzaje trójkątów. Własności kątów w trójkątach. Nierówność trójkąta. Rodzaje czworokątów. Własności kątów w czworokątach. Własności przekątnych w równoległobokach.
Pola i obwody wielokątów.	Pola i obwody wielokątów. Obliczanie pól i obwodów trójkątów. Obliczanie pól i obwodów czworokątów.
Konstrukcje geometryczne.	Przenoszenie odcinków. Konstruowanie trójkątów. [ <i>Podział kąta na połowy. Konstruowanie prostych prostopadłych*</i> ].
<b>Bryły</b>	
Rozpoznawanie brył.	Rozpoznawanie brył. Graniastosłupy proste, walce, stożki, ostrosłupy, kule — podstawowe własności.
Graniastosłupy.	Własności sześcianów i prostopadłościanów. Graniastosłupy proste. Objętość graniastosłupa.
Przykłady ostrosłupów. Siatki ostrosłupów.	Rysowanie ostrosłupów. Rysowanie siatek ostrosłupów. Klejenie modeli.
[ <i>Pole powierzchni ostrosłupa*</i> ].	[ <i>Obliczanie pól powierzchni ostrosłupów na podstawie pomiarów*</i> ].

[**Konstrukcje geometryczne** \*]

[*Konstruowanie prostych równoległych. Przenoszenie kątów. Konstrukcje różnych trójkątów. Konstrukcja dwusiecznej kąta i różnych kątów* \*].

## REALIZACJA TREŚCI PODSTAWY PROGRAMOWEJ W KLASACH IV-VI

W tabeli przedstawiono informacje, w których klasach według program *Matematyka z plusem* realizowane są poszczególne treści podstawy programowej.

Treści nauczania według podstawy programowej	klasa IV	klasa V	klasa VI
<b>I. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym.</b> Uczeń:			
1) odczytuje i zapisuje liczby naturalne wielocyfrowe	+	+	+
2) interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej	+	+	+
3) porównuje liczby naturalne	+	+	+
4) zaokrągla liczby naturalne			+
5) liczby w zakresie do 3000 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiętkowym, a zapisane w systemie dziesiętkowym przedstawia w systemie rzymskim	+		+
<b>II. Działania na liczbach naturalnych.</b> Uczeń:			
1) dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe lub większe, liczbę jednocyfrową dodaje do dowolnej liczby naturalnej i odejmuje od dowolnej liczby naturalnej	+	+	+
2) dodaje i odejmuje liczby naturalne wielocyfrowe pisemnie i za pomocą kalkulatora	+	+	+
3) mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową, dwucyfrową lub trzycyfrową pisemnie, w pamięci (w najprostszych przykładach) i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach)	+	+	+
4) wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych	+	+	+
5) stosuje wygodne dla niego sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania i mnożenia oraz rozdzielność mnożenia względem dodawania	+	+	+
6) porównuje różnicowo i ilorazowo liczby naturalne	+	+	+
7) rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100		+	
8) rozpoznaje liczbę złożoną, gdy jest ona jednocyfrowa lub dwucyfrowa, a także, gdy na istnienie dzielnika wskazuje poznana cecha podzielności		+	
9) rozkłada liczby dwucyfrowe na czynniki pierwsze		+	
10) oblicza kwadraty i sześciany liczb naturalnych	+	+	+
11) stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań	+	+	+
12) szacuje wyniki działań		+	+
13) znajduje największy wspólny dzielnik (NDW) w sytuacjach nie trudniejszych niż NDW(600, 72), NDW(1140, 567),		+	



NDW(910, 2016) oraz wyznacza najmniejszą wspólną wielokrotność dwóch liczb naturalnych metodą rozkładu na czynniki			
14) rozpoznaje wielokrotności danej liczby, kwadraty, sześciany, liczby pierwsze, liczby złożone	+	+	+
15) odpowiada na pytania dotyczące liczebności zbiorów różnych rodzajów liczb wśród liczb z pewnego niewielkiego zakresu (np. od 1 do 200 czy od 100 do 1000), o ile liczba w odpowiedzi jest na tyle mała, że wszystkie rozważane liczby uczeń może wypisać	+	+	+
16) rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze w przypadku, gdy co najwyżej jeden z tych czynników jest liczbą większą niż 10		+	
17) wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby $a$ przez liczbę $b$ i zapisuje liczbę $a$ w postaci: $a = b \cdot q + r$	+	+	+
<b>III. Liczby całkowite. Uczeń:</b>			
1) podaje praktyczne przykłady stosowania liczb ujemnych		+	+
2) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej		+	+
3) oblicza wartość bezwzględną			+
4) porównuje liczby całkowite		+	+
5) wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych		+	+
<b>IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:</b>			
1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka	+	+	+
2) przedstawia ułamek jako iloraz liczb naturalnych, a iloraz liczb naturalnych jako ułamek	+	+	+
3) skraca i rozszerza ułamki zwykłe	+	+	+
4) sprowadza ułamki zwykłe do wspólnego mianownika		+	+
5) przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej a liczbę mieszaną w postaci ułamka niewłaściwego	+	+	+
6) zapisuje wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego i odwrotnie	+	+	+
7) zaznacza ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi	+	+	+
8) zapisuje ułamek dziesiętny skończony w postaci ułamka zwykłego	+	+	+
9) zamienia ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100, 1000 itd. na ułamki dziesiętne skończone dowolną metodą (przez rozszerzanie ułamków zwykłych, dzielenie licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora)		+	+
10) zapisuje ułamki zwykłe o mianownikach innych niż wymienione w pkt 9 w postaci rozwinięcia dziesiętnego nieskończonego (z użyciem trzech kropek po ostatniej cyfrze), dzieląc licznik przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora			+
11) zaokrągla ułamki dziesiętne			+

12) porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne)	+	+	+
13) oblicza liczbę, której część jest podana (wyznacza całość, z której określono część za pomocą ułamka)		+	+
14) wyznacza liczbę, która powstaje po powiększeniu lub pomniejszeniu o pewną część innej liczby		+	+
<b>V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:</b>			
1) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane	+	+	+
2) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w najprostszych przykładach), pisemnie i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach)	+	+	+
3) wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne		+	+
4) porównuje różnicowo ułamki		+	+
5) oblicza ułamek danej liczby naturalnej		+	+
6) oblicza kwadraty i sześciany ułamków zwykłych i dziesiętnych oraz liczb mieszanych		+	+
7) oblicza wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań		+	+
8) wykonuje działania na ułamkach dziesiętnych, używając własnych, poprawnych strategii lub z pomocą kalkulatora	+	+	+
9) oblicz wartość wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych, liczb mieszanych i ułamków dziesiętnych, także wymiernych ujemnych o stopniu trudności nie większym niż w przykładzie $-\frac{1}{2} : 0,25 + 5,25 : 0,05 - 7\frac{1}{2} \cdot (2,5 - 3\frac{2}{3}) + 1,25$		+	+
<b>VI. Elementy algebry. Uczeń:</b>			
1) korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, opisuje wzór słowami		+	+
2) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkościami liczbowymi i zapisuje proste wyrażenie algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym			+
3) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą występującą po jednej stronie równania (poprzez zgadywanie, dopełnianie lub wykonanie działania odwrotnego), na przykład $\frac{x-2}{3} = 4$ .			+
<b>VII. Proste i odcinki. Uczeń:</b>			
1) rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek	+	+	+
2) rozpoznaje odcinki i proste prostopadłe i równoległe	+	+	+
3) rysuje pary odcinków prostopadłych i równoległych	+	+	+
4) mierzy długość odcinka z dokładnością do 1 milimetra	+	+	+
5) znajduje odległość punktu od prostej		+	+
<b>VIII. Kąty. Uczeń:</b>			
1) wskazuje w dowolnym kącie ramiona i wierzchołek	+	+	+

2) mierzy kąty mniejsze od 180 stopni z dokładnością do 1 stopnia	+	+	+
3) rysuje kąt o mierze mniejszej niż 180 stopni	+	+	+
4) rozpoznaje kąt prosty, ostry i rozwarty	+	+	+
5) porównuje kąty	+	+	+
6) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i kąty przyległe oraz korzysta z ich własności		+	+
<b>IX. Wielokąty, koła, okręgi. Uczeń:</b>			
1) rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne, równoboczne i równoramienne		+	+
2) konstruuje trójkąt o trzech danych bokach i ustala możliwość zbudowania trójkąta na podstawie nierówności trójkąta		+	+
3) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta		+	+
4) rozpoznaje i nazywa: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok i trapez	+	+	+
5) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku i trapezu, rozpoznaje figury osiowoosymetryczne i wskazuje osie symetrii	+	+	+
6) wskazuje na rysunku cięciwę, średnicę oraz promień koła i okręgu	+	+	+
7) rysuje cięciwę koła i okręgu, a także, jeżeli dany jest środek okręgu, promień i średnicę	+	+	+
8) w trójkącie równoramiennym wyznacza przy danym jednym kącie miary pozostałych kątów oraz przy danym obwodzie i długości jednego boku długości pozostałych boków		+	+
<b>X. Bryły. Uczeń:</b>			
1) rozpoznaje graniastosłupy proste, ostrosłupy, walce, stożki i kule w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył		+	+
2) wskazuje wśród graniastosłupów prostopadłościowy i sześcienny i uzasadnia swój wybór		+	+
3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów		+	+
4) rysuje siatki prostopadłościowych	+	+	+
5) wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi graniastosłupa do wyznaczenia długości poszczególnych krawędzi		+	+
<b>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:</b>			
1) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków	+	+	+
2) oblicza pola: kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trójkąta, trapezu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także danych wymagających zamiany jednostek i w sytuacjach z nietypowymi wymiarami, na przykład pole trójkąta o boku 1 km i wysokości 1mm	+	+	+
3) stosuje jednostki pola: m <sup>2</sup> , cm <sup>2</sup> , km <sup>2</sup> , mm <sup>2</sup> , dm <sup>2</sup> , ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń)	+	+	+
4) oblicza pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania do większych wielokątów		+	+

5) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi	+	+	+
6) stosuje jednostki objętości i pojemności: litr, mililitr, dm <sup>3</sup> , m <sup>3</sup> , cm <sup>3</sup> ,		+	+
7) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów		+	+
<b>XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:</b>			
1) interpretuje 100% danej wielkości jako całość, 50% – jako połowę, 25% – jako jedną czwartą, 10% – jako jedną dziesiątą, a 1% – jako setną część danej wielkości liczbowej		+	+
2) w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości w stopniu trudności typu 50%, 10%, 20%			+
3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach	+	+	+
4) wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach	+	+	+
5) odczytuje temperaturę (dodatnią i ujemną)		+	+
6) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: metr, centymetr, decymetr, milimetr, kilometr	+	+	+
7) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, kilogram, dekagram, tona	+	+	+
8) oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali, oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość	+	+	+
9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i danym czasie, prędkość przy danej drodze i danym czasie, czas przy danej drodze i danej prędkości oraz stosuje jednostki prędkości: km/h i m/s			+
<b>XIII. Elementy statystyki opisowej. Uczeń:</b>			
1) gromadzi i porządkuje dane			+
2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, diagramach i na wykresach			+
<b>XIV. Zadania tekstowe. Uczeń:</b>			
1) czyta ze zrozumieniem tekst zawierający informacje liczbowe	+	+	+
2) wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania	+	+	+
3) dostrzega zależności między podanymi informacjami	+	+	+
4) dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla niego strategie rozwiązania		+	+
5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody		+	+
6) weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania np. poprzez szacowanie, sprawdzanie wszystkich	+	+	+

warunków zadania, ocenianie rzędu wielkości otrzymanego wyniku			
7) układa zadania i łamigłówek, rozwiązuje je; stawia nowe pytania związane z sytuacją w rozwiązywanym zadaniu		+	+

## PROCEDURY OSIĄGANIA CELÓW SZCZEGÓŁOWYCH

### Rozwijanie sprawności rachunkowej

Nikogo nie trzeba chyba przekonywać, jak ważnym celem edukacyjnym w szkole podstawowej jest osiągnięcie przez uczniów sprawności rachunkowej — jej brak może uniemożliwić realizację pozostałych celów edukacyjnych. Szczególną uwagę należy zwrócić na rachunek pamięciowy. Powinniśmy sprawdzić umiejętności uczniów w tym zakresie wyniesione z młodszych klas i doskonalić je przy każdej nadarzającej się okazji.

Wprowadzając nowe działania, powinniśmy starać się zainicjować sytuację, w której dane działanie jest przydatne. Uczniowie sami powinni odkrywać odpowiedni algorytm, a my kolejnymi pytaniami i podpowiedziami możemy im w tym pomagać. Potem powinniśmy podsumować odkrycia uczniów, rozwiązując z nimi konkretny przykład. Dopiero wtedy uczniowie mogą stosować daną umiejętność w kolejnych ćwiczeniach.

Sprawdzanie i doskonalenie sprawności rachunkowej może następować przy każdej okazji, także przy omawianiu tematów dotyczących algebry czy geometrii.

W młodszych klasach uczniowie nie powinni korzystać z kalkulatora, w klasach starszych mogą go używać do sprawdzania poprawności obliczeń.

### Kształtowanie sprawności manualnej i wyobraźni geometrycznej

Uczniowie na ogół bardzo lubią geometrię. Wymaga ona odmiennej aktywności i dzięki temu często stwarza słabszym uczniom okazję do zrekompensowania niepowodzeń, a nawet osiągnięcia sukcesów.

Wprowadzając kolejne tematy, staramy się pokazywać figury i sytuacje geometryczne za pomocą odpowiednich modeli i przedmiotów występujących w otoczeniu ucznia. Uczniowie powinni jak najczęściej poznawać figury geometryczne i badać ich własności czynnościowo: wycinając, mierząc, sklejjąc itp. Tym sposobem mamy szansę w niektórych przypadkach odejść od statycznej geometrii i pokazywać niezmiennosć pewnych własności figur przy ich obracaniu, przesuwaniu, zmianie kształtów.

Po takim wstępie możemy przejść do rysowania figur geometrycznych. Często warto zaczynać od wykonywania rysunków na papierze w kratkę. Szczególną uwagę należy zwrócić na dokładność i estetykę wykonywanych rysunków.

Zadania konstrukcyjne, które pojawiają się w klasie VI, traktujemy jako rozwijanie sprawności manualnej i pewnych prostych umiejętności praktycznych; rozwiązywanie tych zadań powinno polegać na poszukiwaniu odpowiedzi na pytanie: „Jak to zrobić?” i wykonywaniu dokładnych rysunków. Nie wymagamy od uczniów pisemnych opisów konstrukcji; analizę konstrukcji i liczby rozwiązań opieramy na intuicjach dzieci.

W starszych klasach coraz częściej odwołujemy się do wyobraźni uczniów. Rysunek zaczyna pełnić rolę pomocniczą — wystarczy, by był szkicem (nawet odręcznym) pozwalającym zrozumieć problem geometryczny.

### **Kształtowanie pojęć matematycznych i rozwijanie umiejętności posługiwania się nimi**

Każde nowe pojęcie należy starannie wymodelować. Musimy się upewnić, czy wiedza i umiejętności uczniów, na których chcemy oprzeć wprowadzenie tego pojęcia, są dostatecznie opanowane. Postępujemy zgodnie z zasadą: najpierw konkretne przykłady, potem badanie ich własności, a na końcu uogólnienie i wprowadzenie nowych nazw.

Powinniśmy unikać metody wykładu i wprowadzania formalnych definicji. Od uczniów wymagamy tylko rozumienia i używania pojęć. Staramy się przede wszystkim kształtować u nich intuicję matematyczną. Wskazane jest sprawdzanie rozumienia nowych pojęć w różnych kontekstach i sytuacjach.

### **Rozwijanie umiejętności posługiwania się symbolami literowymi**

Wprowadzanie symboli literowych warto poprzedzić stosowaniem różnych symboli graficznych: kółek, kratek, gwiazdek itp.

Zastąpienie konkretnych liczb symbolami literowymi powinno wynikać z naturalnej potrzeby uogólnienia znanych dzieciom zależności (wiele takich okazji stwarza geometria). W kolejnym etapie budujemy razem z dziećmi proste wyrażenia algebraiczne, czyli przekładamy treści zdań na język algebry. Niezwykle ważne jest, by zaczynać od wyrażeń naprawdę prostych i bardzo powoli podnosić stopień trudności. Dążymy do tego, aby uczniowie potrafili rozwiązywać zadania tekstowe za pomocą równań.

### **Rozwijanie umiejętności stosowania matematyki**

Zarówno przy kształtowaniu pojęć, jak i przy utrwalaniu wiedzy staramy się podsuwać uczniom przykłady związane z życiem codziennym. W ten sposób nauczamy ich dostrzegać prawidłowości matematyczne w otaczającym świecie i rozwijamy ich praktyczne umiejętności.

Uczniowie powinni wykorzystywać swoją wiedzę matematyczną w zadaniach wymagających umiejętności posługiwania się kalendarzem, zegarem, danymi statystycznymi, pieniędzmi, kalkulatorem, mapą, planem, przyrządami pomiarowymi itp.

# CELE EDUKACYJNE W KLASACH VII-VIII

## CELE EDUKACYJNE — WYCHOWANIE

Matematyka jest jednym z głównych przedmiotów nauczania w szkole między innymi, dlatego że służy stymulowaniu rozwoju intelektualnego uczniów. Oprócz dążenia do nabycia przez uczniów umiejętności dotyczących treści matematycznych, które przedstawione są w następnym rozdziale, nauczyciel powinien wyznaczyć sobie następujące zadania związane z kształceniem i wychowaniem:

### **Rozwijanie myślenia**

- Rozwijanie pamięci oraz umiejętności myślenia abstrakcyjnego i logicznego rozumowania.
- Rozwijanie zdolności myślenia krytycznego i twórczego, umiejętności wnioskowania oraz stawiania i weryfikowania hipotez.
- Kształtowanie wyobraźni przestrzennej.
- Rozwijanie zdolności i zainteresowań matematycznych.
- Nauczanie dostrzegania prawidłowości matematycznych w otaczającym świecie.
- Rozwijanie umiejętności czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego oraz korzystania z definicji i twierdzeń. Przygotowanie do czytania ze zrozumieniem tekstów dotyczących różnych dziedzin wiedzy oraz analizowanie ich z wykorzystaniem pojęć i technik matematycznych.
- Rozwijanie umiejętności interpretowania danych.
- Przygotowanie do korzystania z nowych technologii.
- Kształtowanie umiejętności stosowania schematów, symboli literowych, rysunków i wykresów w sytuacjach związanych z życiem codziennym.

### **Rozwijanie osobowości**

- Kształtowanie pozytywnego nastawienia do podejmowania wysiłku intelektualnego oraz postawy dociekliwości. Wyrabianie nawyku samodzielnego poszukiwania informacji.
- Nauczanie dobrej organizacji pracy, wyrabianie systematyczności, pracowitości i wytrwałości.
- Rozwijanie umiejętności współdziałania w grupie.
- Rozwijanie umiejętności prowadzenia dyskusji, precyzyjnego formułowania problemów i argumentowania.
- Nauczanie przedstawiania rozwiązań problemów i zadań w sposób czytelny i precyzyjny.
- Wyrabianie nawyków sprawdzania otrzymanych odpowiedzi i korygowania popełnianych błędów.
- Przygotowanie uczniów do pokonywania stresu w sytuacjach egzaminacyjnych.

### KLASA VII

#### **Rozwijanie umiejętności posługiwania się liczbami**

- Uporządkowanie i utrwalenie wiadomości dotyczących pojęć związanych z arytmetyką, poznanych w młodszych klasach.
- Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych (wielodziałaniowych), w których występują liczby wymierne, z zastosowaniem reguł kolejności wykonywania działań.
- Przedstawianie liczb wymiernych w postaci rozwinięć dziesiętnych skończonych lub nieskończonych okresowych.
- Wykonywanie obliczeń procentowych. Posługiwanie się procentami w sytuacjach praktycznych.
- Potęgowanie, stosowanie własności potęg przy obliczaniu wartości wyrażeń arytmetycznych.
- Pierwiastkowanie, stosowanie własności pierwiastków przy obliczaniu wartości wyrażeń arytmetycznych.
- Utrwalanie pojęć poznanych w młodszych klasach, rozumienie i używanie nowych pojęć: pierwiastek z liczby, rozwinięcia dziesiętne nieskończone nieokresowe.

#### **Rozwijanie umiejętności posługiwania się symbolami literowymi**

- Rozumienie i używanie pojęć związanych z algebrą: wyrażenie algebraiczne, wartość liczbową wyrażenia algebraicznego, jednomian, suma algebraiczna, liczba spełniająca równanie, równania równoważne, zbiór rozwiązań równania.
- Przekształcanie prostych wyrażeń algebraicznych.
- Rozwiązywanie równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą
- Przekształcanie wzorów.

#### **Kształtowanie wyobraźni geometrycznej**

- Uporządkowanie i utrwalenie wiadomości o figurach płaskich (własności trójkątów i czworokątów, podstawowe konstrukcje geometryczne).
- Utrwalanie pojęć poznanych w młodszych klasach, rozumienie i używanie nowych pojęć: trójkąty przystające, układ współrzędnych, współrzędne punktu na płaszczyźnie.
- Posługiwanie się układem współrzędnych, obliczanie długości odcinków (równoległych do jednej z osi układu współrzędnych) i pól wielokątów.
- Rozpoznawanie i rysowanie graniastosłupów.
- Obliczanie pól powierzchni i objętości graniastosłupów.

#### **Rozwijanie umiejętności stosowania matematyki**

- Wykorzystywanie umiejętności rachunkowych przy rozwiązywaniu problemów z różnych dziedzin życia codziennego.
- Zaokrąglanie liczb. Wykorzystywanie własności liczb i działań do wykonywania rachunków jak najprostszym sposobem, szacowanie wyników działań.
- Zapisywanie dużych i małych liczb z zastosowaniem notacji wykładniczej.



- Rozwiązywanie zadań tekstowych, w szczególności zadań wymagających obliczeń procentowych lub rozwiązywania równań.
- Posługiwanie się kalkulatorem przy wykonywaniu obliczeń oraz przy sprawdzaniu wyników szacowania.
- Posługiwanie się podstawowymi jednostkami długości, masy, pola i objętości przy rozwiązywaniu różnych zagadnień praktycznych.
- Obliczanie pól powierzchni i objętości różnych przedmiotów w kształcie graniastosłupów.
- Porządkowanie i interpretowanie danych statystycznych.
- Przykłady prostych doświadczeń losowych.

## **KLASA VIII**

### **Rozwijanie umiejętności posługiwania się symbolami literowymi**

- Utrwalanie pojęć i umiejętności związanych z algebrą, poznanych w młodszych klasach.
- Przekształcanie wyrażeń algebraicznych.
- Rozwiązywanie równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą oraz równań podanych w postaci proporcji.

### **Kształtowanie wyobraźni geometrycznej**

- Obliczanie długości okręgu i pola koła.
- Dostrzeganie związków między długościami boków w trójkątach prostokątnych.
- Stosowanie twierdzenia Pitagorasa przy obliczaniu np. długości przekątnej kwadratu, wysokości trójkąta równoramiennego.
- Utrwalanie pojęć poznanych w młodszych klasach: oś symetrii i figury osiowosymetryczne oraz rozumienie i używanie nowych pojęć: symetralna odcinka, dwusieczna kąta, środek symetrii, figury środkowosymetryczne.
- Rozpoznawanie figur osiowosymetrycznych i środkowosymetrycznych, wskazywanie osi symetrii i środka symetrii figury, rysowanie figury symetrycznej do danej figury względem prostej i figury symetrycznej względem punktu.
- Rozpoznawanie i rysowanie graniastosłupów i ostrosłupów.
- Obliczanie pól powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów.

### **Rozwijanie umiejętności stosowania matematyki**

- Rozwiązywanie zadań tekstowych, w szczególności zadań wymagających obliczeń procentowych, rozwiązywania równań.
- Wykorzystanie wzorów na długość okręgu i pole koła do obliczania obwodów i pól powierzchni różnych przedmiotów.
- Stosowanie twierdzenia Pitagorasa w różnych sytuacjach praktycznych.
- Posługiwanie się podstawowymi jednostkami długości, masy, pola i objętości przy rozwiązywaniu różnych zagadnień praktycznych.
- Obliczanie pól powierzchni i objętości różnych przedmiotów w kształcie graniastosłupów i ostrosłupów.
- Stosowanie reguł mnożenia i dodawania do zliczania par elementów o określonych własnościach.
- Obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń.

## RAMOWY ROZKŁAD MATERIAŁU W KLASACH VII-VIII

Poniższa tabela przedstawia podział głównych treści programowych między poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebnych na ich realizację.

Rok szkolny liczy około 190 dni lekcyjnych. Licząc po 4 godziny tygodniowo, otrzymujemy nominalnie 150 lekcji matematyki rocznie. Wiadomo, że pewną liczbę godzin trzeba odliczyć ze względu na absencję, wycieczki, imprezy szkolne itp. Zakładamy, że nauczyciel może przeznaczyć na realizację materiału w klasie siódmej 125, a w ósmej 115 jednostek lekcyjnych.

KLASA VII		KLASA VIII	
<b>ARYTMETYKA</b>		<b>ARYTMETYKA</b>	
Liczby wymierne	15	Powtórzenie wiadomości	15
Procenty	20	<b>ALGEBRA</b>	
Potęgi i pierwiastki	20	Powtórzenie wiadomości	10
<b>ALGEBRA</b>		Proporcje	5
Wyrażenia algebraiczne	15	<b>GEOMETRIA</b>	
Równania	18	Powtórzenie wiadomości	5
<b>STATYSTYKA</b>		Koła i okręgi	10
Elementy statystyki	5	Trójkąty prostokątne	15
Doświadczenia losowe	2	Dowodzenie w geometrii	5
<b>GEOMETRIA</b>		Symetrie	10
Figury na płaszczyźnie	20	<b>RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA</b>	
Wielościany	10	Doświadczenia losowe	10
		Graniastosłupy i ostrosłupy	15
		<b>ZASTOSOWANIA MATEMATYKI</b>	15

## MATERIAŁ NAUCZANIA W KLASACH VII-VIII

Uwaga. Treści zapisane kursywą wykraczają poza podstawę programową. Nauczyciel może je realizować, jeśli pozwoli mu na to czas i poziom klasy.

## KLASA VII

Treści	Komentarze
<b>ARYTMETYKA</b>	
<b>Liczby wymierne</b>	
Działania na liczbach wymiernych.	Porównywanie liczb wymiernych; zaznaczanie ich na osi liczbowej oraz określanie odległości liczb na osi liczbowej. Wskazywanie na osi liczbowej zbioru liczb spełniających warunek typu: $x \geq 3$ , $x < 5$ . Dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie liczb wymiernych. Obliczanie wartości wyrażeń z uwzględnieniem kolejności działań oraz ich szacowanie. Zamiana jednostek. Obliczenia z wykorzystaniem kalkulatora.
Rozwinięcia dziesiętne liczb wymiernych.	Zapisywanie liczb wymiernych w postaci rozwinięć dziesiętnych skończonych i nieskończonych okresowych. Zaokrąglanie rozwinięć dziesiętnych.
Procenty i ich zastosowania.	Rozumienie pojęcia procentu. Odczytywanie diagramów procentowych. Obliczanie, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba. Obliczanie procentu danej liczby i liczby, gdy dany jest jej procent. Rozwiązywanie zadań tekstowych. Wykorzystanie kalkulatora do obliczeń procentowych.
<b>Potęgi i pierwiastki</b>	
Potęga o wykładniku naturalnym. Własności potęg.	Obliczanie wartości wyrażeń, w których występują potęgi. Mnożenie i dzielenie potęg o jednakowych podstawach lub jednakowych wykładnikach. Potęgowanie potęgi. Porównywanie potęg o różnych wykładnikach naturalnych i takich samych podstawach oraz potęg o takich samych wykładnikach naturalnych a różnych podstawach.
Notacja wykładnicza	Zapisywanie i porównywanie dużych liczb. Potęga liczby 10 o wykładniku ujemnym. Zapisywanie i porównywanie bardzo małych liczb.
Pierwiastki. Własności pierwiastków.	Pierwiastek kwadratowy i sześcienny. Mnożenie i dzielenie pierwiastków tego samego stopnia. Wylączenie czynnika przed znak pierwiastka. Obliczanie wartości wyrażeń, w których występują pierwiastki. Szacowanie liczb niewymiernych (także z użyciem kalkulatora). <i>Rozwinięcia dziesiętne liczb niewymiernych.</i>
<b>ALGEBRA</b>	
<b>Wyrażenia algebraiczne</b>	
Zapisywanie wyrażeń algebraicznych. Wartość liczbową wyrażenia.	Budowanie wyrażeń algebraicznych. Obliczanie wartości liczbowych wyrażeń algebraicznych.
Jednomiany i sumy algebraiczne.	Porządkowanie jednomianów. Redukcja wyrazów podobnych w sumie algebraicznej. Dodawanie i odejmowanie sum algebraicznych. Mnożenie i dzielenie sumy algebraicznej przez liczbę. Mnożenie sumy algebraicznej przez jednomian. Wylączenie wspólnego czynnika przed nawias. Mnożenie dwumianu przez dwumian. <i>Mnożenie sum algebraicznych.</i> Przekształcanie wyrażeń algebraicznych przy rozwiązywaniu równań.

<b>Równania</b>	
Równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą.	Zapisywanie związków pomiędzy wielkościami za pomocą równania; sprawdzanie, czy dana liczba spełnia równanie. Rozwiązywanie równań. <i>Przykłady równań tożsamościowych i sprzecznych.</i> Rozwiązywanie zadań tekstowych.
Przekształcanie wzorów.	Przekształcanie prostych wzorów (w tym fizycznych i geometrycznych). Wyznaczanie wskazanej wielkości z podanych wzorów.
<b>GEOMETRIA</b>	
<b>Figury na płaszczyźnie</b>	
Kąty utworzone przez dwie przecinające się proste. Proste równoległe przecięte trzecią prostą.	Własności kątów przyległych, wierzchołkowych, odpowiadających, naprzemianległych.
Własności trójkątów i czworokątów.	Rodzaje trójkątów i czworokątów. Kąty w trójkątach. Kąty i przekątne w czworokątach. Obliczanie obwodów trójkątów i czworokątów.
Figury przystające. Cechy przystawiania trójkątów.	Rozpoznawanie trójkątów przystających. Obliczanie długości boków i miar kątów trójkątów z wykorzystaniem cech przystawiania trójkątów. Konstruowanie trójkątów przystających.
<i>Podstawowe konstrukcje geometryczne.</i>	Przenoszenie odcinków i kątów. <i>Konstruowanie trójkątów. Konstruowanie prostych prostopadłych i równoległych.</i>
Pola trójkątów i czworokątów.	Jednostki pola i zależności pomiędzy nimi. Obliczanie pól trójkątów i czworokątów.
Figury geometryczne w układzie współrzędnych.	Zaznaczanie punktów w układzie współrzędnych. Odczytywanie współrzędnych punktów. Rysowanie odcinków, wielokątów w układzie współrzędnych. Obliczanie długości odcinków równoległych do jednej z osi układu. Obliczanie pól wielokątów umieszczonych w układzie współrzędnych.
Wielokąty foremne.	Wielokąty foremne i ich własności. <i>Konstruowanie sześciokąta foremnego i ośmiokąta foremnego.</i> Obliczanie miary kąta wewnętrznego wielokąta foremnego.
<b>Wielościany</b>	
Graniastosłupy.	Rozpoznawanie i rysowanie graniastosłupów. Rozpoznawanie i rysowanie siatek graniastosłupów. Obliczanie pól powierzchni i objętości graniastosłupów. <i>Zamiana jednostek objętości.</i>
<b>STATYSTKA</b>	
<b>Dane statystyczne. Doświadczenia losowe</b>	
Zbieranie, porządkowanie i przedstawianie danych.	Przedstawianie danych statystycznych w rozmaity sposób (tabele, diagramy, wykresy). Interpretowanie danych statystycznych. Obliczanie średniej arytmetycznej. Wykorzystanie kalkulatora lub komputera do opracowania danych statystycznych.
Zdarzenia losowe.	Opisywanie prostych przykładów zdarzeń losowych. Ocenianie szans — zdarzenia bardziej i mniej prawdopodobne, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe. Obliczanie prawdopodobieństwa prostych zdarzeń.

## KLASA VIII

Treści	Komentarze
--------	------------

<b>ARYTMETYKA</b>	
<b>Powtórzenie wiadomości</b>	Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych. Własności liczb naturalnych. Porównywanie liczb. Działania na potęgach i pierwiastkach. System rzymski zapisu liczb. Obliczanie drogi przy danej prędkości i danym czasie, prędkości przy danej drodze i danym czasie, czasu przy danej drodze i danej prędkości. Zamiana jednostek prędkości.
<b>ALGEBRA</b>	
<b>Powtórzenie wiadomości.</b>	Dodawanie, odejmowanie i mnożenie sum algebraicznych. Obliczanie wartości wyrażeń algebraicznych. Rozwiązywanie równań.
<b>Proporcje.</b>	Własności proporcji. Rozwiązywanie równań podanych w postaci proporcji. Rozwiązywanie zadań tekstowych dotyczących wielkości wprost proporcjonalnych.
<b>GEOMETRIA</b>	
<b>Powtórzenie wiadomości.</b>	Własności trójkątów i czworokątów. Kąty w trójkątach i czworokątach. Pola i obwody trójkątów i czworokątów.
<b>Koła i okręgi.</b>	Określenie i szacowanie liczby $\pi$ . Obliczanie długości okręgu o danym promieniu i obliczanie promienia okręgu o danej długości. Obliczanie pola koła o danym promieniu i obliczanie promienia koła o danym polu. Obliczanie pola pierścienia kołowego o danych promieniach lub średnicach obu okręgów tworzących pierścień. <i>Styczna do okręgu</i> . Wzajemne położenie okręgów.
<b>Trójkąty prostokątne.</b>	Wprowadzenie twierdzenia Pitagorasa. Stosowanie twierdzenia Pitagorasa do obliczania długości boków trójkąta prostokątnego, wysokości trójkąta równoramiennego i przekątnej prostokąta.. Wyprowadzenie wzorów na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego. Wykorzystywanie związków między długościami boków trójkątów prostokątnych o kątach $30^\circ$ , $60^\circ$ i $90^\circ$ oraz trójkątów prostokątnych równoramiennych.
<b>Dowodzenie w geometrii.</b>	Przeprowadzanie prostych dowodów wykorzystujących własności poznanych figur geometrycznych oraz twierdzenie Pitagorasa.
<b>Symetrie</b>	
Symetria względem prostej.	Rysowanie figury symetrycznej do danej figury względem prostej. Znajdowanie osi symetrii figury. <i>Konstruowanie symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta</i> . Wykorzystywanie własności symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta. <i>Konstruowanie kątów o miarach <math>60^\circ</math>, <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math></i> .
Symetria względem punktu.	Rysowanie figury symetrycznej do danej względem punktu. Znajdowanie środka symetrii figury.
Symetrie w układzie współrzędnych.	Zaznaczanie punktów symetrycznych do danego punktu względem osi układu współrzędnych oraz względem początku układu współrzędnych.
<b>Graniastosłupy i ostrosłupy.</b>	Rozpoznawanie i rysowanie graniastosłupów i ostrosłupów. Obliczanie pól powierzchni i objętości graniastosłupów oraz ostrosłupów (m.in.

	z zastosowaniem twierdzenia Pitagorasa). Obliczanie długości odcinków w graniastosłupach i ostrosłupach. <i>Zamiana jednostek objętości.</i>
<b>RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA</b>	
<b>Odczytywanie danych.</b>	Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w rozmaity sposób (tabele, diagramy, wykresy).
<b>Zaawansowane metody zliczania.</b>	Stosowanie reguły dodawania i mnożenia do zliczania par elementów w sytuacjach wymagających rozważenia kilku przypadków.
<b>Rachunek prawdopodobieństwa.</b>	Obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach polegających na rzucie dwiema kostkami, losowaniu dwóch elementów ze zwracaniem lub bez zwracania
<b>ZASTOSOWANIA MATEMATYKI</b>	
<b>Obliczenia procentowe.</b>	Powtórzenie obliczeń procentowych z klasy VII. Podatek VAT i inne podatki, lokaty bankowe.
<b>Podział proporcjonalny.</b>	Rozwiązywanie zadań tekstowych dotyczących podziału proporcjonalnego.

## REALIZACJA TREŚCI PODSTAWY PROGRAMOWEJ W KLASACH VII-VIII

Treści nauczania wg podstawy programowej	Klasa VII	Klasa VIII
<b>I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń:</b>		
1) zapisuje iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim	+	+
2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich	+	+
3) mnoży potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach	+	+
4) podnosi potęgę do potęgi	+	+
5) odczytuje i zapisuje liczby w notacji wykładniczej $a \cdot 10^k$ , gdzie $1 \leq a < 10$ , $k$ jest liczbą całkowitą.	+	+
<b>II. Pierwiastki. Uczeń:</b>		
1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześciانami liczb wymiernych;	+	+
2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki;	+	+
3) porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajduje liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości, np. znajduje liczbę całkowitą taką, że $a \leq \sqrt{137} < a + 1$	+	+
4) oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, wyłącza czynnik przed znak pierwiastka i włącza liczbę pod znak pierwiastka;	+	+
5) mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia;	+	+
<b>III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń:</b>		
1) zapisuje wyniki podanych działań w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;	+	+
2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;	+	+
3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;	+	+
4) zapisuje rozwiązania zadań w postaci wyrażeń algebraicznych;	+	+
<b>IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń:</b>		
1) porządkuje jednomiany i dodaje jednomiany podobne;	+	+
2) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne;	+	+
3) mnoży sumę algebraiczną przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany;	+	+
4) mnoży dwumian przez dwumian, dokonując redukcji wyrazów podobnych;	+	+
<b>V. Obliczenia procentowe. Uczeń:</b>		
1) przedstawia część wielkości jako procent tej wielkości;	+	+
2) oblicza liczbę $a$ równą $p$ procent danej liczby $b$ ;	+	+
3) oblicza, jaki procent danej liczby $b$ stanowi liczba $a$ ;	+	+
4) oblicza liczbę $b$ , której $p$ procent jest równe $a$ ;	+	+

5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek.	+	+
<b>VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:</b>		
1) sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania( stopnia pierwszego, drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą,	+	+
2) rozwiązuje równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą metoda równań równoważnych;	+	+
3) rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;	+	+
4) rozwiązuje zdania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi;	+	+
5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć wskazaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu);	+	+
<b>VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń:</b>		
1) podaje przykłady wielkości wprost proporcjonalnych;		+
2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej;		+
3) stosuje podział proporcjonalny;		+
<b>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:</b>		
1) zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności pomiędzy kątami przyległymi);	+	+
2) przedstawia na płaszczyźnie dwie proste w różnych położeniach względem siebie, w szczególności proste prostopadłe i proste równoległe;	+	+
3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych;	+	+
4) zna i stosuje cechy przystawiania trójkątów;	+	+
5) zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie)	+	+
6) zna nierówność trójkąta $AB + BC \geq AC$ i wie, kiedy zachodzi równość;	+	+
7) wykonuje proste obliczenia geometryczne, wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych;	+	+
8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa		+
9) przeprowadza dowody geometryczne;	+	+
<b>IX. Wielokąty. Uczeń:</b>		
1) zna pojęcie wielokąta foremnego;	+	+
2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków;	+	+
<b>X. Oś liczbowa. Uczeń:</b>		
1) zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających warunek taki jak $x \geq 1,5$ lub taki jak $x < -\frac{4}{7}$ ;	+	+
2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie;	+	+
3) rysuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty kratowe o danych współrzędnych całkowitych (dowolnego znaku);	+	+
4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca, gdy dany jest jeden koniec i środek;	+	+



5) oblicza długość odcinka, którego końce są danymi punktami kratowymi w układzie współrzędnych;	+	+
6) dla danych punktów kratowych $A$ i $B$ znajduje inne punkty kratowe należące do prostej $AB$ ;		+
<b>XI. Geometria przestrzenna. Uczeń:</b>		
1) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy – w tym proste i prawidłowe;	+	+
2) oblicza pola powierzchni i objętości graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe;	+	+
3) oblicza pola powierzchni i objętości ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe;		+
<b>XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń:</b>		
1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania;	+	+
2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościnną lub losowaniu kul spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych;	+	+
<b>XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:</b>		
1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych;	+	+
2) tworzy diagramy słupkowe i kołowe oraz wykresy liniowe na podstawie zebranych przez siebie danych lub danych pochodzących z różnych źródeł;	+	+
3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb;	+	+
<b>XIV. Długość okręgu i pole koła. Uczeń:</b>		
1) oblicza długość okręgu o danym promieniu lub średnicy;		+
2) oblicza promień lub średnicę okręgu o danej długości okręgu;		+
3) oblicza pole koła o danym promieniu lub średnicy;		+
4) oblicza promień lub średnicę koła o danym polu koła;		+
5) oblicza pole pierścienia kołowego o danych promieniach lub średnicach obu okręgów tworzących pierścień;		+
<b>XV. Symetrie. Uczeń:</b>		
1) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;		+
2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta;		+
3) rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje ich osie symetrii oraz uzupełnia figurę do figury osiowosymetrycznej przy danych: osi symetrii figury i części figury;		+
4) rozpoznaje figury środkowosymetryczne i wskazuje ich środki symetrii;		+
<b>XVI. Zaawansowane metody zliczania. Uczeń:</b>		
1) stosuje regułę mnożenia do zliczania par elementów o określonych właściwościach;		+
2) stosuje regułę dodawania i mnożenia do zliczania par elementów w sytuacjach wymagających rozważenia kilku przypadków.		+
<b>XVII. Rachunek prawdopodobieństwa. Uczeń:</b>		
1) oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach polegających na rzucie dwiema kostkami lub losowaniu dwóch elementów ze zwracaniem;		+
2) oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach polegających na losowaniu dwóch elementów bez zwracania;		+

## PROCEDURY OSIĄGANIA CELÓW

## UWAGI OGÓLNE

Wybierając sposoby osiągnięcia celów edukacyjnych, powinniśmy uwzględniać przede wszystkim możliwości i zainteresowania uczniów, nie zapominając oczywiście o zasadzie stopniowania trudności. Omawiając treści matematyczne, starajmy się jak najczęściej posługiwać przykładami z życia codziennego. Dobieranie interesujących przykładów rozbudza naturalną ciekawość uczniów i rozwija ich zainteresowania.

Nauczyciel powinien stosować możliwie różnorodne metody nauczania. Najskuteczniejsze są oczywiście takie, które wymagają aktywnej postawy uczniów. Do każdej ze stosowanych metod powinno się wykorzystywać odpowiednie do omawianego zagadnienia, dostępne środki dydaktyczne (przyrządy pomiarowe, modele brył, kalkulatory, komputery itp.).

Najlepszym środkiem do realizowania celów edukacyjnych na lekcjach matematyki jest rozwiązywanie problemów matematycznych i zadań. Stanowi ono znakomity trening umysłu, doskonali i rozwija myślenie, uczy rozumowania oraz pobudza wyobraźnię. Ważną rolę odgrywa dyskusowanie na temat sposobu rozwiązywania zadania. Starajmy się zadbać o to, by uczniowie mieli też okazję rozwiązywać łamigłówki i zadania logiczne.

Powinniśmy też poświęcać trochę czasu na pracę z podręcznikiem, która pomaga nauczać czytania tekstu za zrozumieniem i kształtuje umiejętność odróżniania treści ważnych od mniej istotnych. Warto też na lekcjach matematyki stosować formę nauczania jaką jest praca w grupach. Podczas takiej aktywności uczniowie uczą się współdziałania, dobrej organizacji pracy, kształcą umiejętności komunikowania się i argumentowania.

## PROCEDURY OSIĄGANIA CELÓW SZCZEGÓLOWYCH

### Rozwijanie umiejętności posługiwania się liczbami

Nie należy zaniedbywać rachunku pamięciowego. Uczniowie powinni jak najczęściej wykonywać w pamięci proste obliczenia; dotyczy to działań na ułamkach zwykłych, działań na ułamkach dziesiętnych, a przede wszystkim obliczeń procentowych. Powinniśmy też trochę czasu poświęcić na szacowanie liczb i wyników obliczeń oraz zwracać uwagę na rozsądne używanie kalkulatora. Przy okazji korzystania z kalkulatora warto pokazać uczniom możliwości tego urządzenia wykraczające poza cztery podstawowe działania.

Sprawdzanie i doskonalenie sprawności rachunkowej może następować przy każdej okazji, także przy omawianiu tematów dotyczących algebry czy geometrii. Podsumowywanie wiadomości o zbiorach liczbowych i działaniach umożliwia skłonienie uczniów do spojrzenia na liczby z szerszej perspektywy.

### Rozwijanie umiejętności posługiwania się symbolami literowymi

Przekładanie treści zadań na język symboli może uczniom ciągle sprawiać wiele trudności. Zanim przejdziemy do rozwiązywania równań, musimy dużo czasu poświęcić budowaniu wyrażań algebraicznych. Niezwykle ważne jest, aby zaczynać od wyrażań naprawdę prostych i bardzo powoli podnosić stopień trudności.

Przy rozwiązywaniu zadań za pomocą algebry powinniśmy starać się wyrabiać u uczniów

nawyk sprawdzania wyników. Dotyczy to rozwiązywania równań, zadań tekstowych itp.

Wiele okazji do posługiwania się algebrą stwarza geometria. Można też pokusić się o uogólnianie własności liczb i działań za pomocą liter. Należy jednak przy tym wykazać ostrożność, by rzeczy oczywistych dla uczniów zanadto nie komplikować.

Wprowadzając nowe pojęcia unikajmy zbyt sformalizowanych definicji. Od uczniów wymagamy rozumienia i używania pojęć. Ta sama uwaga dotyczy też pojęć geometrycznych.

### **Kształtowanie wyobraźni geometrycznej**

Uczniowie na ogół lubią geometrię. Wymaga ona odmiennej aktywności i stwarza słabszym uczniom okazję do zrekompensowania niepowodzeń i osiągnięcia sukcesów.

Przy rozwiązywaniu zadań geometrycznych (z wyjątkiem zadań konstrukcyjnych) możemy odwoływać się do wyobraźni, a rysunek traktować jako element pomocniczy — wystarczy, by był szkicem (nawet odręcznym) pozwalającym zrozumieć pewien problem. Należy jednak zwracać uwagę na estetykę i czytelność rysunków.

Wprowadzając kolejne tematy, staramy się pokazywać figury i sytuacje geometryczne za pomocą odpowiednich modeli i przedmiotów występujących w otoczeniu ucznia. Dotyczy to szczególnie stereometrii. Tym sposobem mamy szansę w niektórych przypadkach odejść od statycznej geometrii i pokazywać niezmienną pewnych własności figur.

Przy okazji omawiania figur geometrycznych możemy pokusić się o dokładniejsze uzasadnienie ich własności. Powinniśmy się starać, aby uczniowie sami przeprowadzali krótkie rozumowania i uzasadnienia, a my kolejnymi pytaniami i podpowiedziami możemy im w tym pomagać. Należy przy tym jednak unikać zbyt sformalizowanych dowodów, a opierać się przede wszystkim na intuicjach uczniów.

### **Rozwijanie umiejętności stosowania matematyki**

Zarówno przy kształtowaniu pojęć z arytmetyki, algebry i geometrii, jak i przy utrwalaniu wiedzy, staramy się podsuwać uczniom przykłady związane z życiem codziennym. W ten sposób nauczamy ich dostrzegać prawidłowości matematyczne w otaczającym świecie i rozwijamy ich praktyczne umiejętności. Współcześnie niezbędna jest umiejętność posługiwania się różnymi tabelami, diagramami, wykresami, danymi statystycznymi. Takie umiejętności możemy ćwiczyć w każdym dziale matematyki. Najwięcej okazji mamy przy ćwiczeniach dotyczących elementów statystyki.

Przy rozwiązywaniu zadań związanych ze statystyką warto używać kalkulatora. Autentyczne dane często wymagają skomplikowanych obliczeń, na które szkoda tracić czas, gdyż wykonując żmudne rachunki, uczniowie mogą zgubić istotę problemu.

Na lekcjach powinniśmy wykorzystywać różnego rodzaju kwestionariusze, informacje z gazet i roczników statystycznych. Uczniowie powinni nauczyć się też samodzielnego zbierania danych, np. poprzez przeprowadzanie ankiet i wywiadów. Rozbudzamy w ten sposób ich aktywność.

## **PROCEDURY SPRAWDZANIA WIADOMOŚCI I UMIEJĘTNOŚCI**

Wiedza i umiejętności uczniów będą sprawdzane na bieżąco w trakcie całego roku szkolnego. Ocenie podlegać będą:

- prace klasowe – po zakończeniu działu,
- kartkówki – krótkie prace pisemne sprawdzające jedną konkretną umiejętność,
- odpowiedzi ustne,
- aktywność na lekcji,
- indywidualne i grupowe rozwiązywanie zadań i ćwiczeń z możliwością korzystania z podręcznika
- zadania domowe
- prace dodatkowe

Prace pisemne oceniane będą wg następującego przelicznika procentowego:

0% - 34% niedostateczny

35% - 50% dopuszczający

51% - 74% dostateczny

75% - 89% dobry

90% - 97% bardzo dobry

98% - 100% celujący

Uczeń ma prawo trzykrotnie w semestrze zgłosić brak zadania i raz nieprzygotowanie do lekcji.

Szczegółowe wymagania na poszczególne oceny śródroczne i końcowo roczne znajdują się w odrębnym dokumencie.